

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μία συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 που ανήκει στο πεδίο ορισμού της;

A2. Να δώσετε τον ορισμό του σταθμισμένου μέσου.

A3. Να αποδείξετε ότι για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A και A' ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ότι $P(A') = 1 - P(A)$.

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος:

α) Ισχύει ότι $A \subseteq B$ τότε $P(A) \geq P(B)$

β) Αν ο συντελεστής μεταβολής CV του δείγματος δεν ξεπερνά το 10% τότε το δείγμα θα είναι ομοιογενές.

γ) Ο σταθμισμένος μέσος είναι μέτρο θέσης.

δ) Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ δεν είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 = 0$

ΘΕΜΑ Β

Ο χρόνος που χρειάστηκαν 100 μαθητές για να λύσουν ένα πρόβλημα έχει ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους c . Αν όλοι οι μαθητές χρειάστηκαν τουλάχιστον 5 λεπτά για να λύσουν το πρόβλημα και η κεντρική τιμή της δεύτερης κλάσης είναι $x_2 = 20$ ενώ $v_1 = 2\alpha + 4$, $v_2 = 4\beta$, $v_3 = 40$, $v_4 = 20$, $v_5 = 10$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{N}^*$ και $v_2 = 2v_1$.

B1. Να βρεθεί το πλάτος c των κλάσεων

B2. Να βρεθούν τα α και β

B3. Να συμπληρωθεί ο πίνακας x_i, v_i, f_i, F_i

B4. Να βρεθεί ο μέσος χρόνος που χρειάστηκαν οι μαθητές για να λύσουν το πρόβλημα.

ΘΕΜΑ Γ

Μια ομάδα φοιτητών στο τμήμα των Μαθηματικών αποτελείται από 40 αγόρια και κορίτσια. Αν Γαλλικά γνωρίζει το $\frac{1}{4}$ των αγοριών και τα $\frac{2}{5}$ των κοριτσιών, ενώ η πιθανότητα να είναι κορίτσι και να μην γνωρίζει Γαλλικά είναι 30% τότε:

Γ1. Να βρεθούν πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια.

Γ2. Να βρεθεί η πιθανότητα A : "Να είναι αγόρι και να μην γνωρίζει Γαλλικά."

Γ3. Αν οι βαθμοί των 40 φοιτητών στο μάθημα των διαφορικών εξισώσεων έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 8$ και διακύμανση $s^2 = 2$, ενώ $\sum_{i=1}^{39} (x_i - \bar{x})^2 = 79$ και ο βαθμός του 40^{ου} φοιτητή είναι $x_{40} > 7$, να βρεθεί ο βαθμός του 40^{ου} φοιτητή.

Γ4. Σε ποιο σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^3 + 8P(A)x^2 - 2x + (x_{40} - 8)$ η εφαπτομένη έχει ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης αν $P(A)$ η πιθανότητα του ερωτήματος Γ2 και x_{40} ο βαθμός στο μάθημα των διαφορικών εξισώσεων του 40^{ου} φοιτητή.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln^2 x - 2 \ln x + \lambda^2 - 2\lambda + 4$ και οι τιμές $f(e), f(4), f(8), f(16)$ είναι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X . Αν R το εύρος των παρατηρήσεων και δ η διάμεσος των παρατηρήσεων τότε

Δ1. Να μελετηθεί η f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα

Δ2. Να βρεθεί το εύρος R και η διάμεσος δ των παρατηρήσεων της μεταβλητής X .

Δ3. Να λυθεί η εξίσωση $e^{\frac{3}{2} \ln 2 \left(\ln 2 + \frac{2}{3} \right) - 3\lambda + \frac{5}{2} - \frac{R-2\delta}{2}} = e^{2\lambda(\lambda-2)^2}$

Δ4. Αν $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ όπου $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης και $v_i = 2\lambda_i + 3$ με $i = 1, 2, 3$ οι συχνότητες των παρατηρήσεων λ_i τότε να βρεθεί η μέση τιμή των παρατηρήσεων.