ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1.

Α-β

Β-α

Γ-γ

Δ-β

Ε: α-Λ, β-Σ, γ-Λ, δ-Λ, ε-Λ

ΘΕΜΑ 2.

Α. Σωστή απάντηση είναι η β

Από εξίσωση συνέχειας

$$\Pi_A = \Pi_B \Rightarrow A_A \cdot u_A = A_B \cdot u_B \xrightarrow{A_B = 2A_A} u_A = 2 \cdot u_B \, (1)$$

Από εξίσωση Bernoulli

$$P_A + \frac{1}{2}\rho u_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho u_B^2 \Rightarrow P_B - P_A = \frac{1}{2}\rho\left(u_A^2 - u_B^2\right) \xrightarrow{(1)} \Delta P = \frac{3}{2}\rho u_B^2$$

Β. Σωστή απάντηση είναι το α

$$\omega_\kappa = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \Rightarrow \frac{\omega_\kappa}{2\pi} = \frac{\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}}{2\pi}$$

$$f = \frac{\omega_1 + \omega_2}{4\pi} \Rightarrow 4\pi f = \omega_1 + \omega_2$$

$$\omega_2 = 4\pi f - \omega_1 \Rightarrow \omega_2 = 4\pi \bullet \frac{101}{\pi} - 200 \Rightarrow \omega_2 = 204 \frac{rad}{\sec}$$

Γ. Σωστή απάντηση είναι το β

επειδή η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες $u_1' = u_2 = 0$ και $u_2' = u_1$. Άρα όλη η κινητική ενέργεια της πρώτης σφαίρας μεταβιβάζεται στη δεύτερη.

Θέμα 3.

α. $\left.\begin{cases} y_{(0)} = A\eta\mu(\omega t+\varphi_0) \\ y_{(0)} = 10\eta\mu(4\pi t+\varphi_0) \end{cases}\right\} \Rightarrow \quad \begin{matrix} \mathrm{A}=10cm \\ \omega = 4\pi \dfrac{rad}{\mathrm{s}} \end{matrix}$

Την t=0 , $y_{(0)} = A = 10cm$,

Άρα, $A = A\eta\mu(\omega\cdot 0+\varphi_0) \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1$ κι επειδή $0 \le \varphi_0 < 2\pi$, $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2} rad$.

β. $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 2Hz, \quad T = \dfrac{1}{f} = 0,5\mathrm{s}$

Σε χρόνο $\Delta t = 3T = 1,5\mathrm{s}$ το κύμα διαδίδεται κατά d=150cm

$\upsilon = \dfrac{d}{t} \Rightarrow \upsilon = \dfrac{150cm}{1,5\mathrm{s}} = 100cm/s$.

Όμως $\upsilon = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \dfrac{\upsilon}{f} = 50cm$.

Άρα,

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\varphi_0}{2\pi}\right) \Rightarrow y = 10\eta\mu 2\pi\left(2t - \frac{x}{50} + \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi}\right) \Rightarrow$$

$$y = 10\eta\mu\left(4\pi t - \frac{\pi\cdot x}{25} + \frac{\pi}{2}\right) \quad \left(\begin{matrix} x, y \ \sigma\varepsilon \ cm \\ t \ \sigma\varepsilon \ \ \sec \end{matrix}\right)$$

γ. Δείξαμε ότι $\upsilon = 100cm/s$.

Για ένα υλικό σημείο Μ $(x_M = 75cm)$

Το κύμα φτάνει στο Μ τη χρονική στιγμή όπου, για x=75cm, φ=0

Δηλαδή $4\pi t - \dfrac{75\pi}{25} + \dfrac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow t = \dfrac{5}{8}s \Rightarrow t = 0.625s$

$y_{(M)} = 10\eta\mu\left(4\pi t - \dfrac{\pi 75}{25} + \dfrac{\pi}{2}\right) \quad \left(\begin{matrix} y \ \sigma\varepsilon \ cm \\ t \ \sigma\varepsilon \ \ \mathrm{s} \end{matrix}\right)$, με $t \ge 0,625\mathrm{s}$

$y_{(M)} = 10\eta\mu\left(4\pi t - \frac{5\pi}{2}\right) \quad \begin{pmatrix} y\ \sigma\varepsilon\ cm \\ t\ \sigma\varepsilon\ \text{s} \end{pmatrix}$, με $t \geq 0,625\text{s}$

$$\upsilon_{(M)} = \omega A\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow{\varphi = 4\pi t - \frac{5\pi}{2}} \upsilon_{(M)} = 40\pi\sigma\upsilon\nu\left(4\pi t - \frac{5\pi}{2}\right) \quad \begin{pmatrix} \upsilon\ \sigma\varepsilon\ cm/\text{s} \\ t\ \sigma\varepsilon\ \text{s} \end{pmatrix}$$

$$a_{(M)} = -\omega^2 A\eta\mu\varphi \Rightarrow a_{(M)} = -1600\eta\mu\left(4\pi t - \frac{5\pi}{2}\right) \quad \begin{pmatrix} a\ \sigma\varepsilon\ cm/s^2 \\ t\ \sigma\varepsilon\ \text{s} \end{pmatrix}$$

Οι δύο παραπάνω σχέσεις ισχύουν για $t \geq 0,625\text{s}$.

δ. $y = 10\eta\mu\left(4\pi t - \frac{\pi \cdot x}{25} + \frac{\pi}{2}\right) \quad \begin{pmatrix} x, y\ \sigma\varepsilon\ cm \\ t\ \sigma\varepsilon\ \text{sec} \end{pmatrix}$

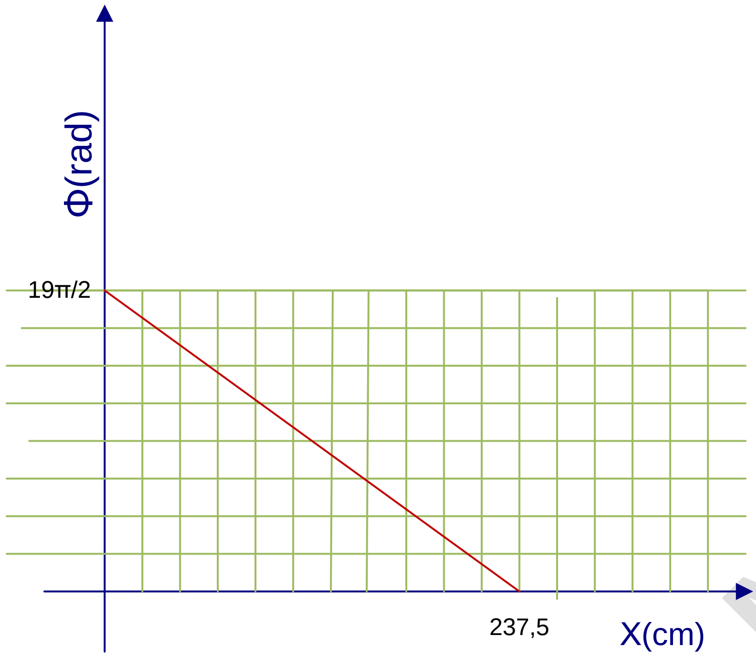
$\varphi = 4\pi t - \frac{\pi \cdot x}{25} + \frac{\pi}{2} \qquad \begin{pmatrix} x\ \sigma\varepsilon\ cm \\ \varphi\ \sigma\varepsilon\ rad \\ t\ \sigma\varepsilon\ \text{sec} \end{pmatrix}$

την $t = 2,25\text{sec}$

$$\varphi = 9\pi - \frac{\pi \cdot x}{25} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{19\pi}{2} - \frac{\pi x}{25} \quad \begin{pmatrix} \varphi\ \sigma\varepsilon\ rad \\ x\ \sigma\varepsilon\ cm \end{pmatrix}$$

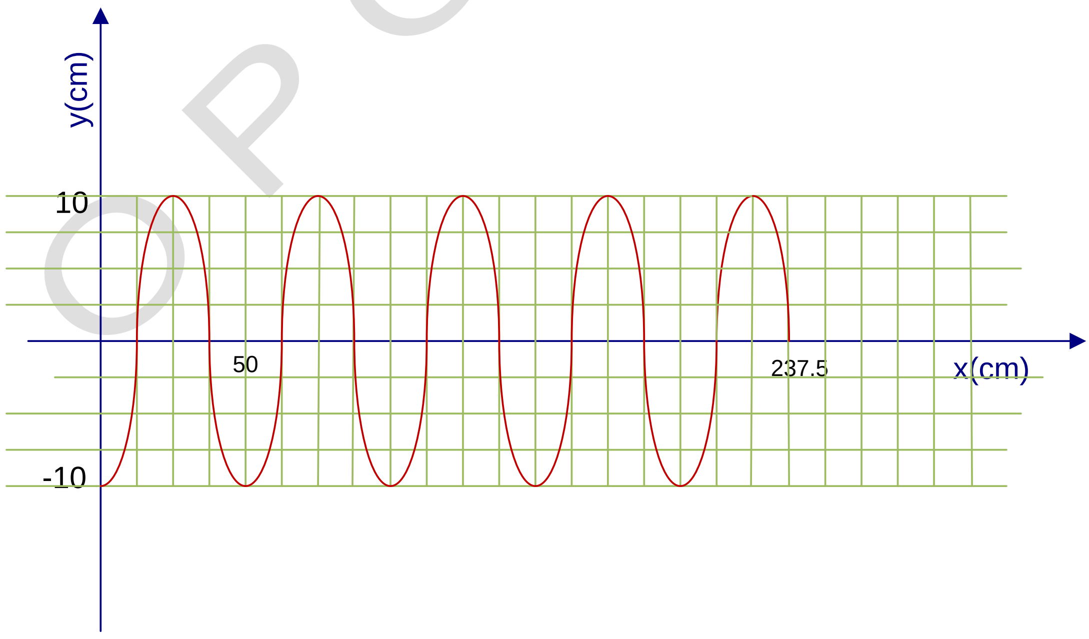
- Για x=0 , $\varphi = \frac{19\pi}{2}$
- Για φ=0, $\frac{19\pi}{2} = \frac{\pi x}{25} \Rightarrow x = 237,5cm$

Άρα



Το κύμα την $t = 2,25\sec$ έχει φτάσει στο σημείο $x = 237,5cm$.

Την ίδια χρονική στιγμή, η πηγή στη θέση O(x=0) βρίσκεται στη θέση $y = 10\eta\mu\left(9\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 10\eta\mu\left(8\pi + \frac{3\pi}{2}\right) = -10cm$. Το αντίστοιχο στιγμιότυπο φαίνεται παρακάτω



ε. Το κύμα που θα συμβάλλει με το αρχικό για τη δημιουργία του στάσιμου έχει εξίσωση $y_2 = 10\eta\mu\left(4\pi t + \frac{\pi \cdot x}{25} + \frac{\pi}{2}\right)\begin{pmatrix} x,y\ \ \sigma\varepsilon\ \ cm \\ t\ \ \sigma\varepsilon\ \ s \end{pmatrix}$

το στάσιμο που θα δημιουργηθεί θα έχει εξίσωση

$$y = y_1 + y_2 \Rightarrow y = 10\eta\mu(4\pi t - \frac{\pi x}{25} + \frac{\pi}{2}) + 10\eta\mu(4\pi t + \frac{\pi x}{25} + \frac{\pi}{2})\begin{pmatrix} x,y\ \ \sigma\varepsilon\ \ cm \\ t\ \ \sigma\varepsilon\ \ s \end{pmatrix}$$

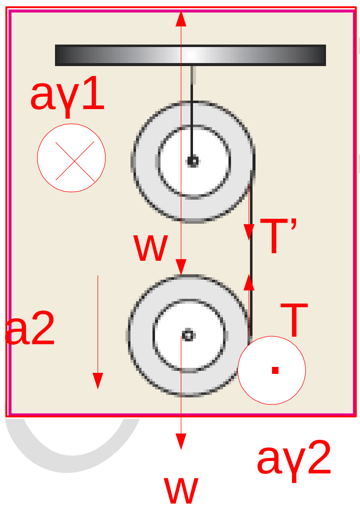
Με χρήση της τριγωνομετρικής ταυτότητας

$$\eta\mu\Gamma + \eta\mu\Delta = 2\sigma\upsilon\nu(\frac{\Gamma - \Delta}{2}) \cdot \eta\mu(\frac{\Gamma + \Delta}{2})$$

Προκύπτει ότι:

$$y = 20\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi x}{25})\eta\mu(4\pi t + \frac{\pi}{2})\begin{pmatrix} x,y\ \ \sigma\varepsilon\ \ cm \\ t\ \ \sigma\varepsilon\ \ s \end{pmatrix}.$$

ΘΕΜΑ 4.



α. Σχεδιάζω τις δυνάμεις που ασκούνται στις 2 τροχαλίες.

Το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό άρα Τ'=Τ (1)

Πάνω τροχαλία

Στροφική κίνηση:

$$\Sigma\tau_{\pi} = I_{CM} \cdot a_{\gamma 1} \Rightarrow T' \cdot R = \frac{mR^2}{2} \cdot a_{\gamma 1} \Rightarrow T' = \frac{mR}{2} \cdot a_{\gamma 1} (2)$$

Κάτω τροχαλία

Στροφική κίνηση:

$$\Sigma\tau_{\kappa} = I_{CM} \cdot a_{\gamma 2} \Rightarrow T \cdot R = \frac{mR^2}{2} \cdot a_{\gamma 2} \Rightarrow T = \frac{mR}{2} \cdot a_{\gamma 2} (3)$$

$$(1),(2),(3) \Rightarrow \alpha_{\gamma 1} = \alpha_{\gamma 2} (4)$$

Επειδή η πάνω τροχαλία περιστρέφεται καθώς κατεβαίνει η κάτω τροχαλία

Για την επιτάχυνση του κέντρου μάζας της κάτω ισχύει:

$$a_{CM2} = \alpha_{\gamma 1} R + \alpha_{\gamma 2} R \xrightarrow{(4)} a_{CM2} = 2\alpha_{\gamma 2} R (5)$$

Μεταφορική κίνηση:

$$W - T = M \bullet a_{CM2} \xrightarrow[(2)]{(1)} mg - \frac{1}{2} mR\alpha_{\gamma 2} = 2mR\alpha_{\gamma 2} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma 2} = \frac{2g}{5R} = 40 \frac{rad}{s^2}$$

Άρα $\alpha_{\gamma 2} = \alpha_{\gamma 1} = 40 \frac{rad}{s^2}$

β. $(5) \Rightarrow a_{CM2} = 8 m/s^2$

γ.

$$W - T = m \bullet a_{CM2} \Rightarrow T = W - m \bullet a_{CM2} = mg - m \bullet a_{CM2} = 2N$$

δ.

$$K_\pi = \frac{1}{2} I\omega_\pi^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mR^2 \alpha_{\gamma 1}{}^2 t^2 = 4J$$

$$K_\kappa = \frac{1}{2} I\omega_\kappa^2 + \frac{1}{2} mu_{cm}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mR^2 \alpha_{\gamma 2}{}^2 t^2 + \frac{1}{2} m\alpha_{cm}^2 t^2 = 36J$$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΕΛΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ