ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1:

Α-δ

Β-γ

Γ-β

Δ-β

Ε: α-Λ, β-Λ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Λ

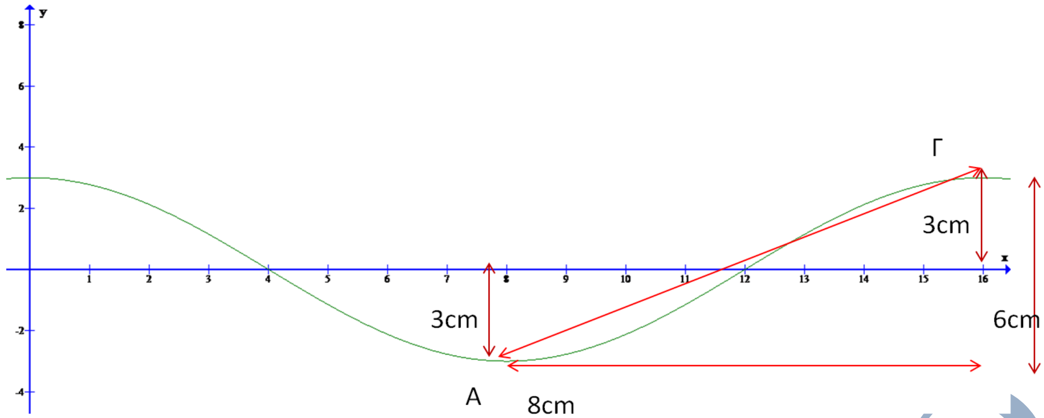
ΘΕΜΑ 2:

Α. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Αν συγκρίνουμε την δοθείσα εξίσωση $y = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{8}\eta\mu 10\pi t$ (x,y σε cm, t σε sec) με την εξίσωση του στάσιμου κύματος $y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$ συμπεραίνουμε ότι :

- A_{max}=2A=3cm άρα A=1,5cm
- $\frac{\pi}{8} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 16cm$
- $\frac{2\pi}{T} = 10\pi \Rightarrow t = 0.2\sec$

Τη χρονική στιγμή t=0.05sec το υλικό σημείο Α βρίσκεται στη θέση $y_A = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi\cdot 8}{8}\eta\mu\frac{\pi}{2} = -3cm$ ενώ το υλικό σημείο Γ βρίσκεται στη θέση $y_\Gamma = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi\cdot 16}{8}\eta\mu\frac{\pi}{2} = 3cm$.



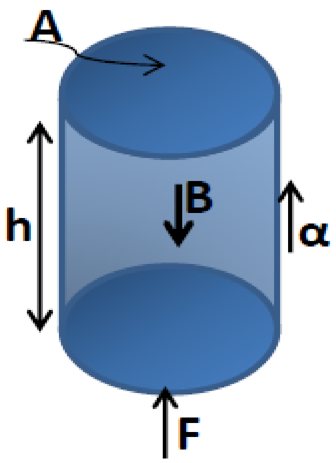
όπως φαίνεται και από το παραπάνω σχήμα η ζητούμενη απόσταση ΑΓ είναι:

$\mathrm{A\Gamma} = \sqrt{8^2 + 6^2}cm = 10cm$ άρα d=10cm.

Β. Σωστή απάντηση είναι το β.

Λίγο πριν τη σύγκρουση το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα u_1 ενώ το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο. Επειδή τα σώματα έχουν ίσες μάζες και η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, αλλάζουν ταχύτητες με αποτέλεσμα το σώμα Σ_1 αμέσως μετά την κρούση να παραμένει ακίνητο ενώ το σώμα Σ_2, που βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, ξεκινάει ταλάντωση με $u_2' = u_1$. Τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.1\pi \sec$ διότι το σώμα Σ_2 στο χρονικό διάστημα αυτό φτάνει στην ακραία θέση ταλάντωσης κι επιστρέφει στη Θ.Ι. οπότε και θα συγκρουστεί για δεύτερη φορά με το Σ_1.

Γ.



$$\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$F - B = m \cdot a \Longrightarrow$$

$$F = B + ma \Longrightarrow$$

$$F = mg + ma \Longrightarrow$$

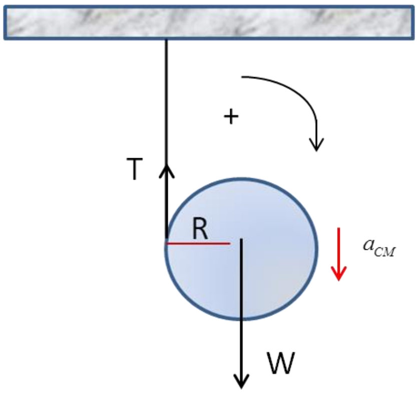
$$F = m(g + a) \Longrightarrow$$

$$\frac{F}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot (g + a)}{A} \Longrightarrow$$

$$P = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot (g + a)}{A} \Longrightarrow$$

$$P = \rho \cdot h \cdot (g + a)$$

ΘΕΜΑ 3.



α. Ο δίσκος εκτελεί σύνθετη κίνηση. Κατά τη διάρκεια αυτής της σύνθετης κίνησης ο δίσκος δέχεται την τάση του νήματος $\vec{T}$ και το βάρος του $\vec{W}$ όπως φαίνεται στο σχήμα.

Από θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = M \cdot \alpha_{CM} \Rightarrow W - T = M \cdot \alpha_{CM} \; (1)$$

Από θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

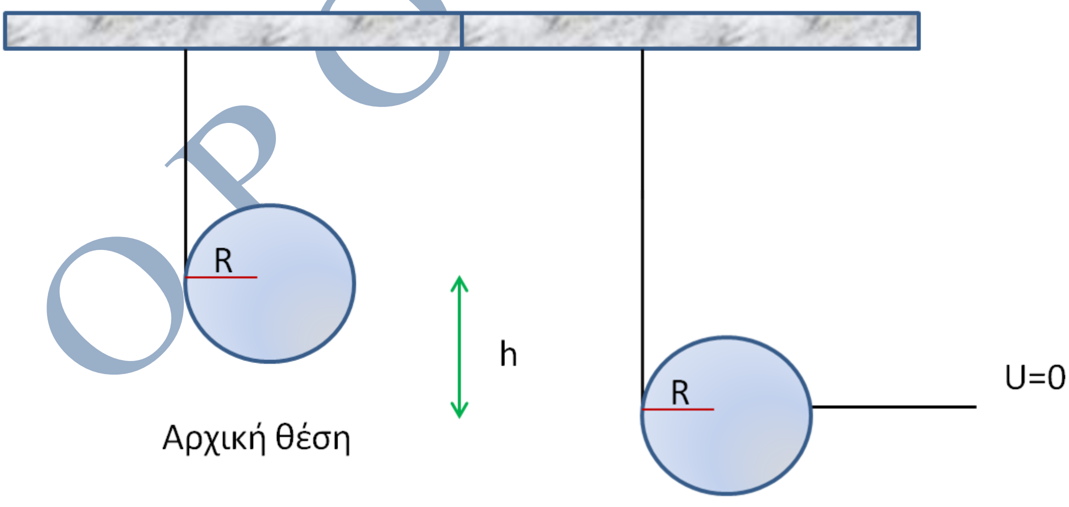
$$\Sigma \tau = \mathrm{I}_{CM} \cdot \alpha_{\gamma} \Rightarrow \mathrm{T} \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma} \Rightarrow T = \frac{1}{2} M \cdot R \cdot \alpha_{\gamma} \; (2)$$

$$\alpha_{CM} = \alpha_{\gamma} \cdot R (3)$$

Από (1) ,(2), (3) $\Rightarrow M \cdot g - \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{CM} = M \cdot \alpha_{CM} \Rightarrow \alpha_{CM} = \frac{2}{3} \cdot g \Rightarrow \alpha_{CM} = \frac{20}{3} \frac{m}{s^2}$

Και $\alpha_{\gamma} = \frac{\alpha_{CM}}{R} = \frac{100}{3} \frac{rad}{s^2}$.

β.



Αρχική θέση

Τελική θέση

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης:

$K_{T\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_T + W_W \, (4)$

Όμως $W_T = 0$ και $K_{\alpha\rho\chi} = 0$ άρα η (4) γράφεται:

$\frac{1}{2} I_{CM} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh$ κι επειδή $u_{CM} = \omega \cdot R$

Έχουμε $h = \frac{3 \cdot u_{CM}^2}{4 \cdot g} = 1.2m$ άρα και το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί είναι l=1.2m.

Β ΤΡΟΠΟΣ: με Α.Δ.Μ.Ε.:

$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

$0 + Mgh = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 + 0$ (5)

Κι επειδή $u_{CM} = \omega \cdot R$ και $I_{CM} = \frac{1}{2} MR^2$ καταλήγουμε πάλι στη σχέση:

$h = \frac{3 \cdot u_{CM}^2}{4 \cdot g} = 1.2m$ άρα l=1.2m.

γ. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης:

$K_{T\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_T + W_W \, (4)$

Όμως $W_T = 0$ και $K_{\alpha\rho\chi} = 0$ άρα η (4) γράφεται:

$\frac{1}{2} I_{CM} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh$ όμως

$h = l = R \cdot \theta \Rightarrow h = R \cdot 2\pi N$ και $\omega = \frac{u_{CM}}{R}$

Τελικά έχουμε: $\frac{3}{4} \cdot MR^2 \cdot \omega^2 = Mg \cdot R \cdot 2\pi N \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{8\pi g N}{3R}} \Rightarrow \omega = 20\sqrt{2} \frac{rad}{s}$

Β ΤΡΟΠΟΣ: με Α.Δ.Μ.Ε.:

$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

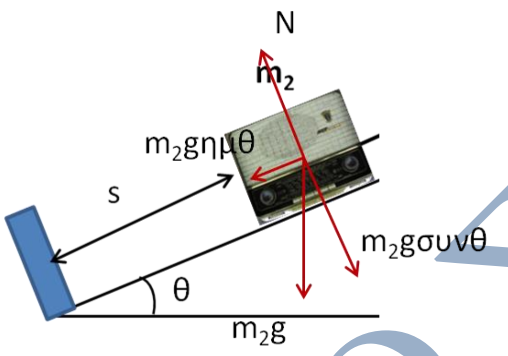
$0 + Mgh = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 + 0$ (5)

Κι επειδή $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$, $h = l = R \cdot \theta \Rightarrow h = R \cdot 2\pi N$ και $\omega = \frac{u_{CM}}{R}$

Καταλήγουμε πάλι στη σχέση $\omega = \sqrt{\frac{8\pi g N}{3R}} \Rightarrow \omega = 20\sqrt{2}\,\frac{rad}{s}$

ΘΕΜΑ 4.

Μετά την κοπή του νήματος η συσκευή καταγραφής ήχων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow T = 0.2\pi \sec$. Ο χρόνος κίνησης της ηχητικής πηγής είναι $\Delta t = \frac{T}{2} = 0.1\pi \sec$ καθώς το σώμα 1 που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταβαίνει από την αρνητική ακραία θέση στην θετική ακραία θέση ταλάντωσης του.



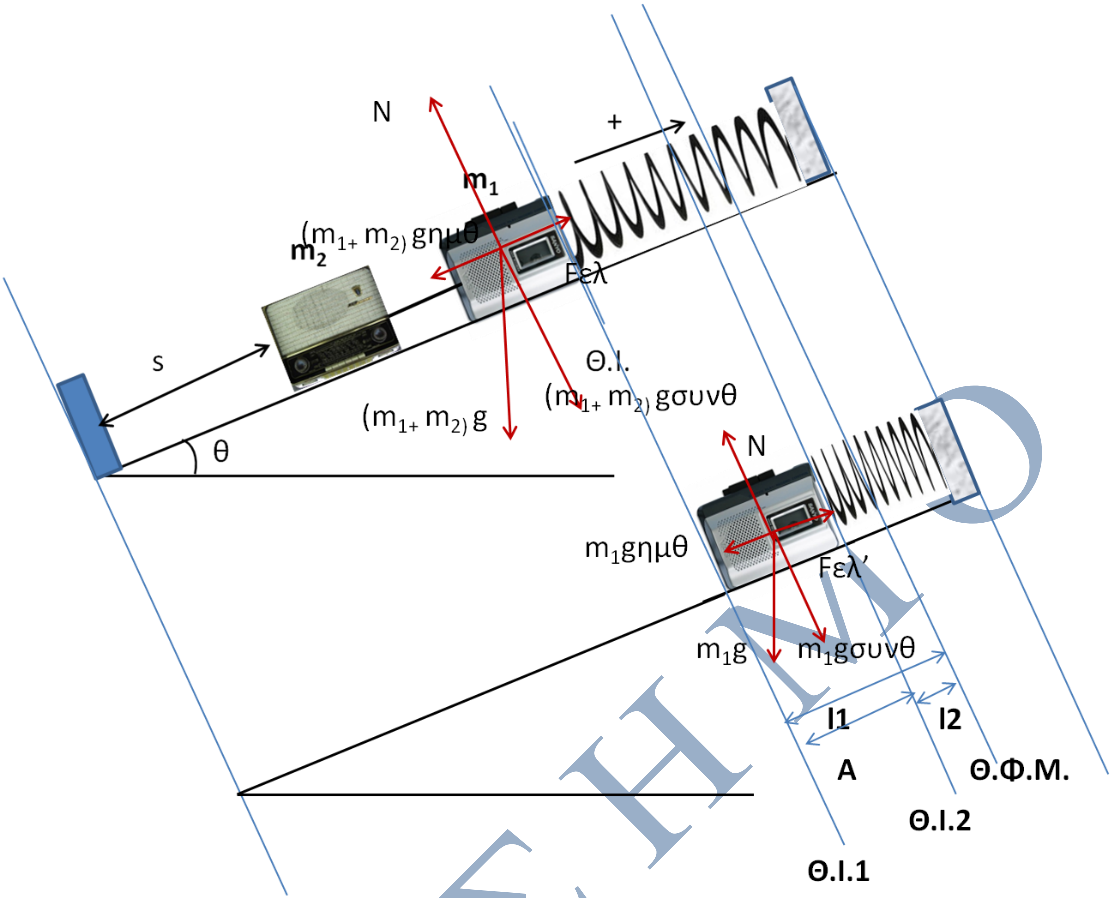
από θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$m_2 \cdot g \cdot \eta\mu 30^o = m_2 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = 5\frac{m}{s^2}$$

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα:

$$s = \frac{1}{2}a \cdot \Delta t^2 = 0.25m$$

β. Ταλάντωση συσκευής καταγραφής ήχων:



Θ.Ι.1: $(m_1+m_2)g\cdot\eta\mu\theta = kl_1$ (1)

Θ.Ι.2: $m_1 g\cdot\eta\mu\theta = kl_2$ (2)

$$A=\frac{(m_1+m_2)g\cdot\eta\mu\theta}{k}-\frac{m_1 g\cdot\eta\mu\theta}{k} \Rightarrow A=\frac{m_2 g\cdot\eta\mu\theta}{k}=0.1m$$

Επίσης $\omega=\frac{2\pi}{T}=10\frac{rad}{s}$.

Την t=0 η συσκευή καταγραφής ήχων βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση άρα $\varphi_o=\frac{3\pi}{2}rad$

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι:

$$x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_o)\Rightarrow x=0.1\eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2})(S.I.)$$

$$u=\omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o)\Rightarrow u=1\sigma\upsilon\nu(10t+\frac{3\pi}{2})(S.I.)$$

$$\alpha = -\omega^2 \eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \alpha = -10\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})(S.I.)$$

γ. μέγιστη συχνότητα ήχου θα καταγράφει η συσκευή αφού η πηγή φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, καθώς μέχρι εκείνη τη στιγμή, πηγή και παρατηρητής κινούνται με αντίθετες ταχύτητες άρα **f_A<f_s**.

Από τη στιγμή που η πηγή ακινητοποιείται, μέγιστη συχνότητα καταγράφει η συσκευή, όταν διέρχεται από τη Θ.Ι. με φορά προς την ηχητική πηγή. Το μέτρο της ταχύτητας της ως προς την πηγή είναι $u_A = |-u_{\max}| = 1m/s$

Άρα $f_A = \dfrac{u_{\eta\chi} + u_A}{u_{\eta\chi}} \cdot f_s = 682\text{Hz}$

Για δεύτερη φορά η συσκευή καταγράφει αυτή τη συχνότητα την χρονική στιγμή $t = \dfrac{3T}{4} + T = \dfrac{7T}{4} = 0.35\pi \sec$.

δ. όταν η συσκευή καταγραφής ήχων περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης της, την χρονική στιγμή $t_1 = \dfrac{T}{4} = 0.05\pi \sec$, έχει ταχύτητα $u_A = u_{\max} = 1m/s$ και απομακρύνεται ως προς την ηχητική πηγή. Η ηχητική πηγή με τη σειρά της απομακρύνεται ως προς την συσκευή καταγραφής με ταχύτητα

$$u_s = a \cdot t_1 = 5\frac{m}{s^2} \cdot 0.05\pi s = 0.25\pi\frac{m}{s} = \frac{\pi}{4}\frac{m}{s} = \frac{3,14}{4}\frac{m}{s} = 0.785\frac{m}{s}.$$

Η συχνότητα που καταγράφει η συσκευή καταγραφής την t_1 είναι:

$$f_A = \frac{u_{\eta\chi} - u_A}{u_{\eta\chi} + u_s} \cdot f_s \simeq 676.44Hz$$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΕΛΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ