

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1:

A-δ

B-γ

Γ-β

Δ-β

Ε: α-Λ, β-Λ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Λ

ΘΕΜΑ 2:

A. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Αν συγκρίνουμε την δοθείσα εξίσωση $y = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{8}\eta\mu 10\pi t$ (x,γ σε cm, t σε sec) με την

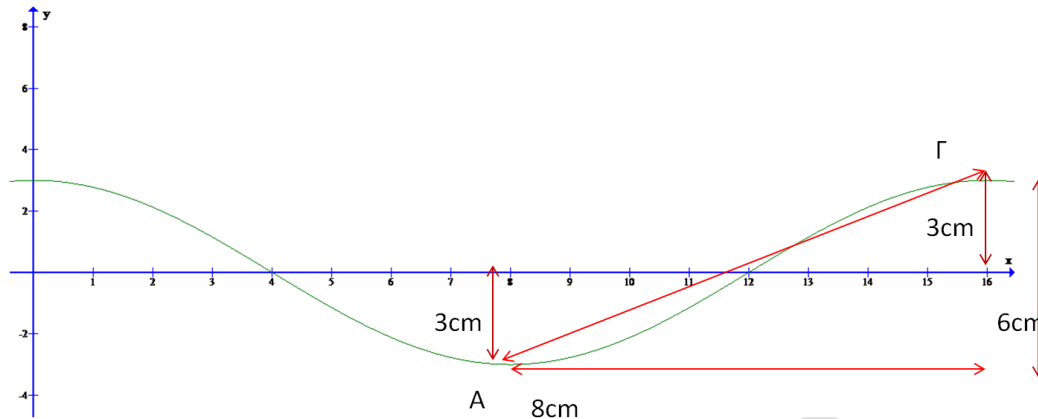
εξίσωση του στάσιμου κύματος $y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$ συμπεραίνουμε ότι :

- $A_{\max}=2A=3\text{cm}$ άρα $A=1,5\text{cm}$
- $\frac{\pi}{8} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 16\text{cm}$
- $\frac{2\pi}{T} = 10\pi \Rightarrow t = 0.2\text{sec}$

Τη χρονική στιγμή $t=0.05\text{sec}$ το υλικό σημείο A βρίσκεται στη θέση

$y_A = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi \cdot 8}{8}\eta\mu\frac{\pi}{2} = -3\text{cm}$ ενώ το υλικό σημείο Γ βρίσκεται στη θέση

$y_\Gamma = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi \cdot 16}{8}\eta\mu\frac{\pi}{2} = 3\text{cm}.$



όπως φαίνεται και από το παραπάνω σχήμα η ζητούμενη απόσταση ΑΓ είναι:

$$ΑΓ = \sqrt{8^2 + 6^2} \text{ cm} = 10\text{cm} \text{ άρα } d=10\text{cm}.$$

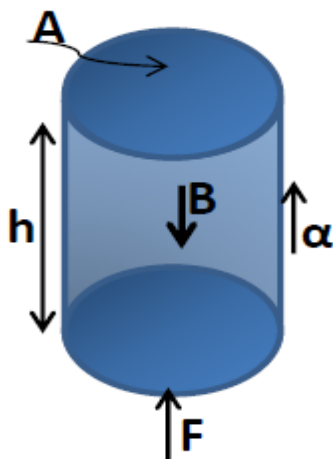
Β. Σωστή απάντηση είναι το β.

Λίγο πριν τη σύγκρουση το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα u_1 ενώ το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο. Επειδή τα σώματα έχουν ίσες μάζες και η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, αλλάζουν ταχύτητες με αποτέλεσμα το σώμα Σ_1 αμέσως μετά την κρούση να παραμένει ακίνητο ενώ το σώμα Σ_2 , που βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, ξεκινάει ταλάντωση με $u'_2 = u_1$. Τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά μετά από χρονικό διάστημα

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.1\pi \text{ sec} \text{ διότι το σώμα } \Sigma_2 \text{ στο χρονικό διάστημα αυτό φτάνει στην}$$

ακραία θέση ταλάντωσης κι επιστρέφει στη Θ.Ι. οπότε και θα συγκρουστεί για δεύτερη φορά με το Σ_1 .

Γ.



$$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow$$

$$F - B = m \cdot a \Rightarrow$$

$$F = B + ma \Rightarrow$$

$$F = mg + ma \Rightarrow$$

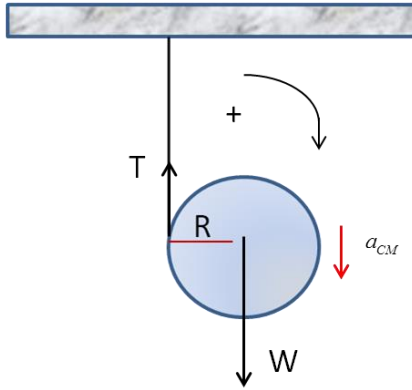
$$F = m(g + a) \Rightarrow$$

$$\frac{F}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot (g + a)}{A} \Rightarrow$$

$$P = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot (g + a)}{A} \Rightarrow$$

$$P = \rho \cdot h \cdot (g + a)$$

ΘΕΜΑ 3.



α. Ο δίσκος εκτελεί σύνθετη κίνηση. Κατά τη διάρκεια αυτής της σύνθετης κίνησης ο δίσκος δέχεται την τάση του νήματος \vec{T} και το βάρος του \vec{W} όπως φαίνεται στο σχήμα.

Από θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = M \cdot \alpha_{CM} \Rightarrow W - T = M \cdot \alpha_{CM} \quad (1)$$

Από θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

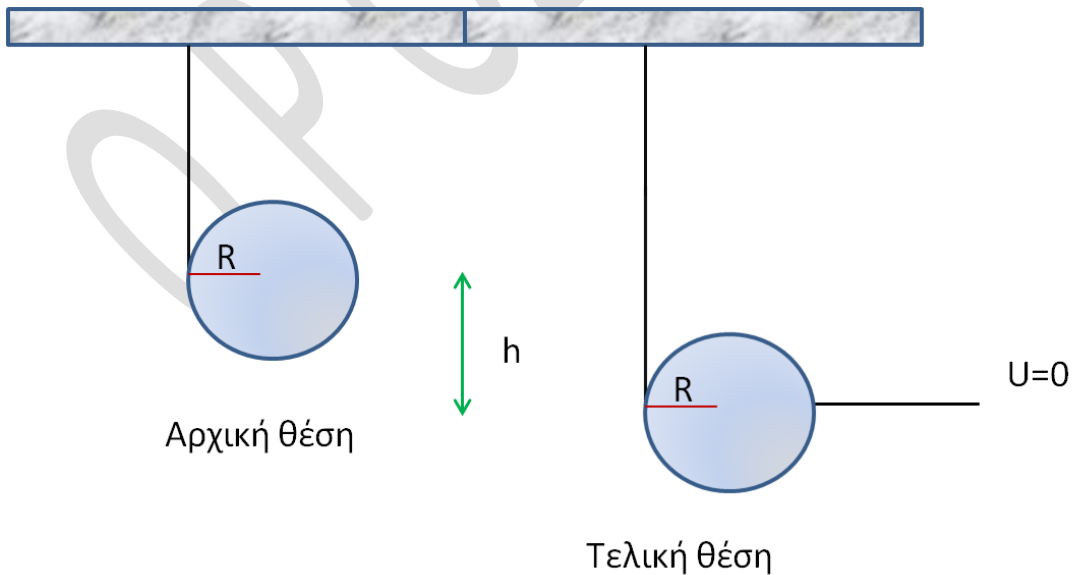
$$\Sigma \tau = I_{CM} \cdot \alpha_{\gamma} \Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma} \Rightarrow T = \frac{1}{2} M \cdot R \cdot \alpha_{\gamma} \quad (2)$$

$$\alpha_{CM} = \alpha_{\gamma} \cdot R \quad (3)$$

$$\text{Από (1), (2), (3)} \Rightarrow M \cdot g - \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{CM} = M \cdot \alpha_{CM} \Rightarrow \alpha_{CM} = \frac{2}{3} \cdot g \Rightarrow \alpha_{CM} = \frac{20}{3} \frac{m}{s^2}$$

$$\text{Και } \alpha_{\gamma} = \frac{\alpha_{CM}}{R} = \frac{100}{3} \frac{rad}{s^2}$$

β.



Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_W \quad (4)$$

Όμως $W_T = 0$ και $K_{\text{αρχ}} = 0$ άρα η (4) γράφεται:

$$\frac{1}{2} I_{CM} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh \text{ κι επειδή } u_{CM} = \omega \cdot R$$

Έχουμε $h = \frac{3 \cdot u_{CM}^2}{4 \cdot g} = 1.2m$ άρα και το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί είναι $l = 1.2m$.

Β ΤΡΟΠΟΣ: με Α.Δ.Μ.Ε.:

$$E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \Rightarrow K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$0 + Mgh = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 + 0 \quad (5)$$

Κι επειδή $u_{CM} = \omega \cdot R$ και $I_{CM} = \frac{1}{2} MR^2$ καταλήγουμε πάλι στη σχέση:

$$h = \frac{3 \cdot u_{CM}^2}{4 \cdot g} = 1.2m \text{ άρα } l = 1.2m.$$

γ. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_W \quad (4)$$

Όμως $W_T = 0$ και $K_{\text{αρχ}} = 0$ άρα η (4) γράφεται:

$$\frac{1}{2} I_{CM} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh \quad \text{όμως}$$

$$h = l = R \cdot \theta \Rightarrow h = R \cdot 2\pi N \quad \text{και } \omega = \frac{u_{CM}}{R}$$

$$\text{Τελικά έχουμε: } \frac{3}{4} \cdot MR^2 \cdot \omega^2 = Mg \cdot R \cdot 2\pi N \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{8\pi g N}{3R}} \Rightarrow \omega = 20\sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Β ΤΡΟΠΟΣ: με Α.Δ.Μ.Ε.:

$$E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \Rightarrow K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

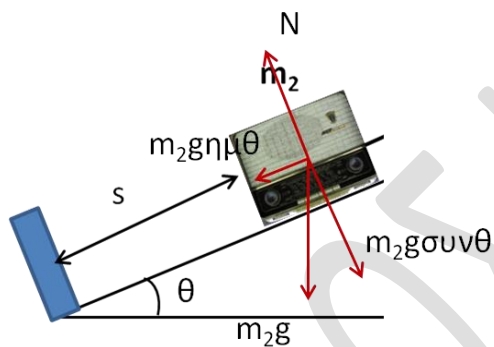
$$0 + Mgh = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 + 0 \quad (5)$$

Κι επειδή $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$, $h=l=R \cdot \theta \Rightarrow h=R \cdot 2\pi N$ και $\omega = \frac{u_{CM}}{R}$

Καταλήγουμε πάλι στη σχέση $\omega = \sqrt{\frac{8\pi g N}{3R}} \Rightarrow \omega = 20\sqrt{2} \frac{rad}{s}$

ΘΕΜΑ 4.

Μετά την κοπή του νήματος η συσκευή καταγραφής ήχων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow T = 0.2\pi \text{ sec}$. Ο χρόνος κίνησης της ηχητικής πηγής είναι $\Delta t = \frac{T}{2} = 0.1\pi \text{ sec}$ καθώς το σώμα 1 που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταβαίνει από την αρνητική ακραία θέση στην θετική ακραία θέση ταλάντωσης του.



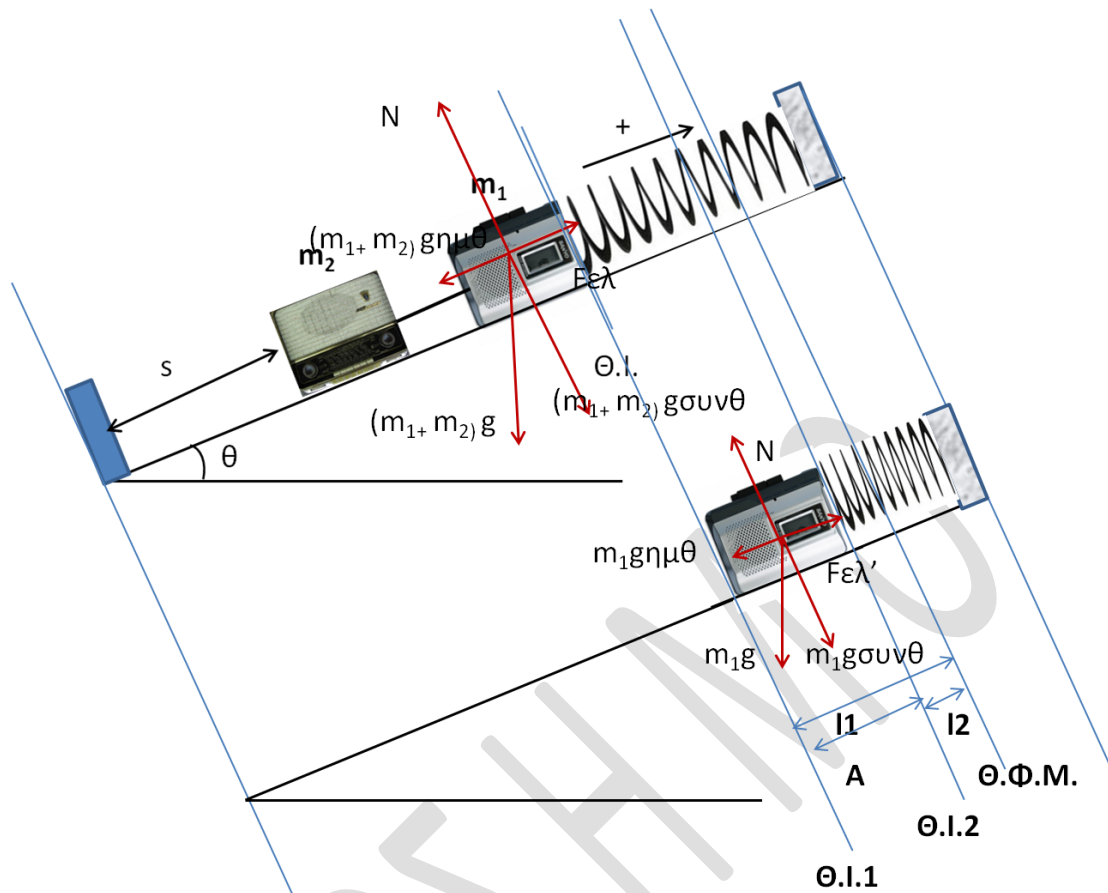
από θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$m_2 \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ = m_2 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = 5 \frac{m}{s^2}$$

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 = 0.25m$$

β. Ταλάντωση συσκευής καταγραφής ήχων:



Θ.Ι.1: $(m_1 + m_2)g \cdot \eta\mu\theta = kl_1$ (1)

Θ.Ι.2: $m_1g \cdot \eta\mu\theta = kl_2$ (2)

$$A = \frac{(m_1 + m_2)g \cdot \eta\mu\theta}{k} - \frac{m_1g \cdot \eta\mu\theta}{k} \Rightarrow A = \frac{m_2g \cdot \eta\mu\theta}{k} = 0.1m$$

Επίσης $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \frac{rad}{s}$.

Την $t=0$ η συσκευή καταγραφής ήχων βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση άρα

$$\varphi_o = \frac{3\pi}{2} rad$$

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow x = 0.1\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})(S.I.)$$

$$u = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow u = 1\sigma\upsilon\nu(10t + \frac{3\pi}{2})(S.I.)$$

$$\alpha = -\omega^2 \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \alpha = -10 \eta \mu(10t + \frac{3\pi}{2}) (S.I.)$$

γ. μέγιστη συχνότητα ήχου θα καταγράφει η συσκευή αφού η πηγή φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, καθώς μέχρι εκείνη τη στιγμή, πηγή και παρατηρητής κινούνται με αντίθετες ταχύτητες άρα $f_A < f_s$.

Από τη στιγμή που η πηγή ακινητοποιείται, μέγιστη συχνότητα καταγράφει η συσκευή, όταν διέρχεται από τη Θ.Ι. με φορά προς την ηχητική πηγή. Το μέτρο της ταχύτητας της ως προς την πηγή είναι $u_A = |-u_{\max}| = 1m/s$

$$\text{Άρα } f_A = \frac{u_{\eta\zeta} + u_A}{u_{\eta\zeta}} \cdot f_s = 682Hz$$

Για δεύτερη φορά η συσκευή καταγράφει αυτή τη συχνότητα την χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{4} + T = \frac{7T}{4} = 0.35\pi \text{ sec.}$

δ. όταν η συσκευή καταγραφής ήχων περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης της, την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4} = 0.05\pi \text{ sec}$, έχει ταχύτητα $u_A = u_{\max} = 1m/s$ και απομακρύνεται ως προς την ηχητική πηγή. Η ηχητική πηγή με τη σειρά της απομακρύνεται ως προς την συσκευή καταγραφής με ταχύτητα

$$u_s = a \cdot t_1 = 5 \frac{m}{s^2} \cdot 0.05\pi s = 0.25\pi \frac{m}{s} = \frac{\pi m}{4 s} = \frac{3,14 m}{4 s} = 0.785 \frac{m}{s}$$

Η συχνότητα που καταγράφει η συσκευή καταγραφής την t_1 είναι:

$$f_A = \frac{u_{\eta\zeta} - u_A}{u_{\eta\zeta} + u_s} \cdot f_s \approx 676.44Hz$$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΕΛΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ