ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1.

Α-γ

Β-α

Γ-δ

Δ-δ

Ε: α-Λ, β-Σ, γ-Λ, δ-Λ, ε-Λ

ΘΕΜΑ 2.

Α. Σωστό είναι το β.

Κυκλικός δίσκος: $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$, $L_1 = I_1 \cdot \omega_1$, $u_{cm_1} = \omega_1 \cdot R$, $P_1 = M \cdot u_{cm_1}$

Κυκλικός δακτύλιος: $I_2 = MR^2$, $L_2 = I_2 \cdot \omega_2$, $u_{cm_2} = \omega_2 \cdot R$, $P_2 = M \cdot u_{cm_2}$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\frac{1}{2}MR^2 \cdot \omega_1}{MR^2 \cdot \omega_2} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\omega_1}{2\omega_2}$. Όμως $L_1 = L_2$ άρα

$$\omega_1 = 2\omega_2 \Rightarrow \omega_1 R = 2\omega_2 R \Rightarrow u_{cm_1} = 2u_{cm_2} \Rightarrow Mu_{cm_1} = 2u_{cm_2} \Rightarrow P_1 = 2P_2$$

Β. Σωστό είναι το γ.

$$\left\{\begin{matrix} x_1 = 0.2\eta\mu(10t)(S.I) \\ x_1 = A_1\eta\mu(\omega t + \varphi_{o1}) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} A_1 = 0,2m \\ \omega = 10\frac{rad}{s} \\ \varphi_{o1} = 0 \end{matrix}\right\} \text{και}$$

$$\left\{\begin{matrix} x_2 = A_2\eta\mu(10t)(S.I) \\ x_2 = A_2\eta\mu(\omega t + \varphi_{o2}) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} \omega = 10\frac{rad}{s} \\ \varphi_{o2} = \pi rad \end{matrix}\right\} \text{άρα}$$

$A=|A_2-A_1|$ κι επειδή $A_2>A_1$ έχουμε $A=A_2-A_1$ (1)

Όμως $E_T=\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow A=\sqrt{\frac{2E_T}{D}} \Rightarrow A=\sqrt{\frac{2E_T}{m\omega^2}} \Rightarrow \mathrm{A}=0{,}1m$

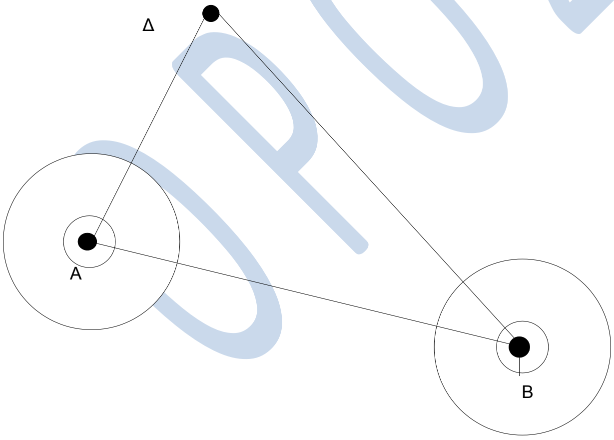
(1) $\Rightarrow A_2=A+A_1 \Rightarrow A=0.3m$.

Γ. Σωστό είναι το α.

Όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή: $f_A=\frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi}-u_s}f_s$ (1)

Όταν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή: $f_{A'}=\frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi}+u_s}f_s$ (2)

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{f_A}{f_{A'}}=\frac{u_{\eta\chi}+u_s}{u_{\eta\chi}-u_s} \Rightarrow \frac{6}{5}=\frac{u_{\eta\chi}+u_s}{u_{\eta\chi}-u_s} \Rightarrow 6u_{\eta\chi}-6u_s=5u_{\eta\chi}+5u_s \Rightarrow u_{\eta\chi}=11u_s \Rightarrow u_s=30\frac{m}{s}$$
.



ΘΕΜΑ 3.

α. Γνωρίζουμε ότι $f=2Hz$ και $u=10\frac{m}{s}$ άρα

$u=\lambda\cdot f \Rightarrow \lambda=\frac{u}{f} \Rightarrow \lambda=5m.$

Ο χρόνος που χρειάζεται το κύμα από την πηγή Α για να φθάσει στο σημείο Δ είναι $t_1=\frac{(\mathrm{A}\Delta)}{u} \Rightarrow t_1=1{,}5\sec$ ενώ από την πηγή Β είναι $t_2=\frac{(\mathrm{B}\Delta)}{u} \Rightarrow t_2=2{,}5\sec$.

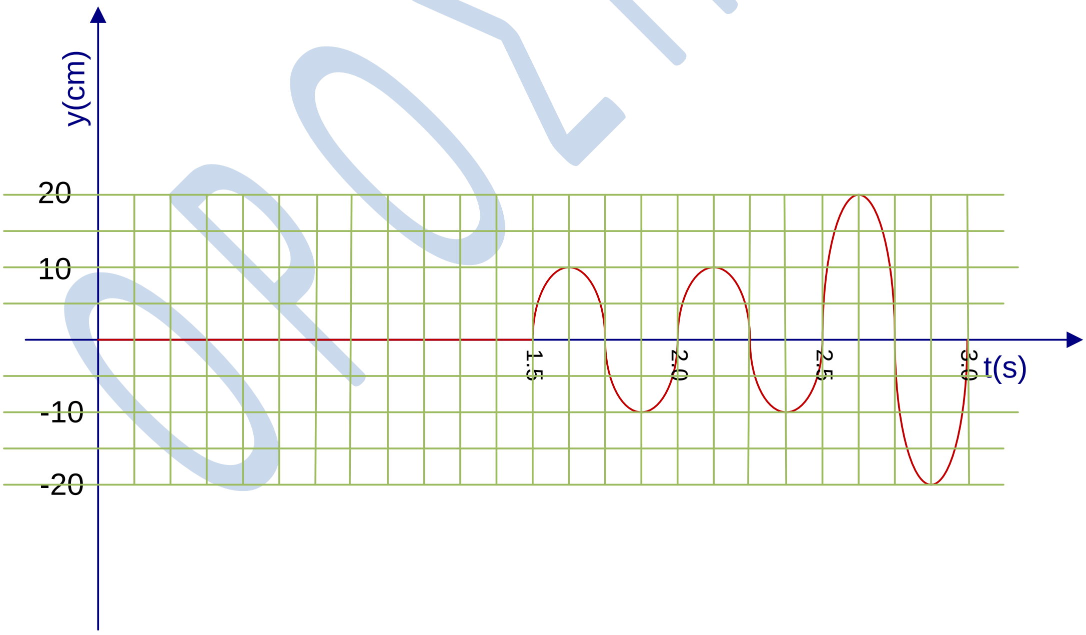
β.

- Για χρόνο $0 \le t < t_1$ το υλικό σημείο Δ παραμένει ακίνητο.
- Για χρόνο $t_1 \le t < t_2$ το υλικό σημείο Δ εκτελεί ταλάντωση λόγω του κύματος από την πηγή Α με εξίσωση $y = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}} - \frac{(\mathrm{A\Delta})}{\lambda}\right)\right]$
- Για χρόνο $t \ge t_2$ στο υλικό σημείο Δ συμβάλουν και τα δύο κύματα οπότε αυτό εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση $y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{\lambda}\left|(\mathrm{A\Delta})-(\mathrm{B\Delta})\right|\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}} - \frac{(\mathrm{A\Delta})+(\mathrm{B\Delta})}{2\lambda}\right)\right]$

Για $\mathrm{A\Delta} = 15m$, $\mathrm{B\Delta} = 25m$, $\lambda = 5m$, $\mathrm{T} = \frac{1}{f} = 0.5\sec$ έχουμε:

$$y = \begin{cases} 0\,, & \gamma\iota\alpha \quad 0 \le t < 1.5\sec \\ 10\eta\mu\left[2\pi(2t-3)\right], & \gamma\iota\alpha \quad 1.5 \le t < 2.5\sec \\ 20\eta\mu\left[2\pi(2t-4)\right], & \gamma\iota\alpha \quad t \ge 2.5\sec \end{cases}$$ (y σε cm, t se s)

γ.



δ. θέλουμε $y = \pm 10cm$.

Όπως φαίνεται κι από τη γραφική παράσταση οι 4 πρώτες χρονικές στιγμές όπου $y = \pm 10cm$ είναι:

$$t_1 = 1.5\sec + \frac{T}{4} = 1.5\sec + \frac{0.5}{4}\sec \Rightarrow t_1 = 0.625\sec$$

$$t_2 = 1.5\sec + \frac{3T}{4} = 1.5\sec + \frac{1.5}{4}\sec \Rightarrow t_2 = 1.875\sec$$

$$t_3 = 1.5\sec + \frac{5T}{4} = 1.5\sec + \frac{2.5}{4}\sec \Rightarrow t_3 = 2.125\sec$$

$$t_4 = 1.5\sec + \frac{7T}{4} = 1.5\sec + \frac{3.5}{4}\sec \Rightarrow t_4 = 2.375\sec$$

Για να βρούμε την t_5 θα πρέπει να λύσουμε την $y = 20\eta\mu\left[2\pi(2t-4)\right]$ για $t \geq 2.5\sec$ ως προς t και να κρατήσουμε τη μικρότερη δυνατή τιμή.

Για y=10cm έχουμε:

$$\frac{1}{2} = \eta\mu(4\pi t - 8\pi) \Rightarrow \eta\mu(4\pi t - 8\pi) = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\left\{\ 4\pi t - 8\pi = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \acute{\eta} \quad 4\pi t - 8\pi = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \qquad \mu\varepsilon \quad k = 0,1,2,\ldots\ \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{\ t = \frac{k}{2} + \frac{49}{24}(1) \quad \acute{\eta} \quad t = \frac{k}{2} + \frac{53}{24}(2) \qquad \mu\varepsilon \quad k = 0,1,2,\ldots\ \right\}$$

Για k=1 η (1) δίνει $t_5 = \frac{61}{25}\sec > 2.5\sec$.

ε.

Έστω σημείο Κ όπου έχουμε απόσβεση, τότε θα ισχύει:

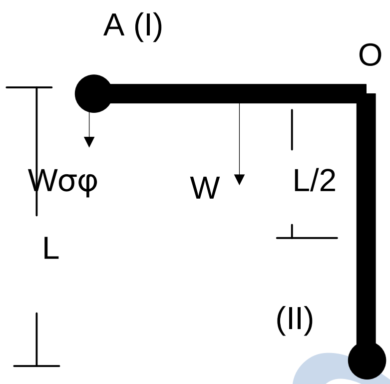
$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \quad \mu\varepsilon \quad \mathrm{N} = 0, \pm1, \pm2, \ldots \text{ άρα}$$

$$(\mathrm{AK}) - (\mathrm{KB}) = (2\mathrm{N}+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow (\mathrm{AK}) - \left[d - (\mathrm{AK})\right] = (2\mathrm{N}+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$(\mathrm{AK}) = \frac{d}{2} + (2\mathrm{N}+1)\frac{\lambda}{4}$ όμως $0 < (\mathrm{AK}) < d \Rightarrow 0 < \frac{d}{2} + (2\mathrm{N}+1)\frac{\lambda}{4} < d \Rightarrow$

$0 < \frac{18}{2} + (2\mathrm{N}+1)\frac{5}{4} < 18 \Rightarrow \frac{-41}{10} < N < \frac{31}{10}$ άρα N= -4,-3,-2,-1,0,1,2,3 άρα έχουμε 8 σημεία απόσβεσης.

ΘΕΜΑ 4.



Δοκός: $I_p(o) = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow$

$$I_p(o) = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2 \Rightarrow I_p(o) = \frac{1}{3}ML^2$$

Σφαίρα: $I_{\sigma\varphi}(o) = mL^2$

Σύστημα δοκός-σφαίρα:

$$I_{\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T}}(o) = I_p(o) + I_{\sigma\varphi}(o) \Rightarrow I_{\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T}}(o) = \frac{1}{3}ML^2 + mL^2 \Rightarrow$$

$$I_{\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T}}(o) = \left[\left(\frac{1}{3}\right)\cdot 12\cdot 0,2^2 + 2\cdot 0,2^2\right] Kg\cdot m^2 \Rightarrow \ I_{\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T}}(o) = 0.24 Kg\cdot m^2$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. από τη θέση (Ι) μέχρι τη θέση (ΙΙ):

$$K_{(II)} - K_{(I)} = W_W + W_{W_{\sigma\varphi}} \Rightarrow \frac{1}{2} I_{\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T}}(o)\cdot\omega^2 = W\cdot\frac{L}{2} + W_{\sigma\varphi}\cdot L \Rightarrow$$

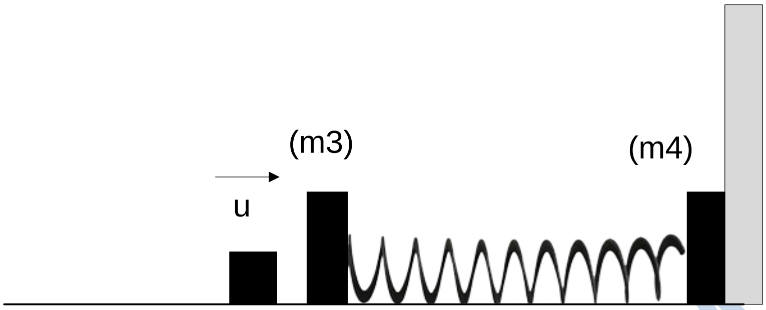
$$I_{\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T}}(o)\cdot\omega^2 = W\cdot L + 2W_{\sigma\varphi}\cdot L \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{MgL + 2mgl}{I_{\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T}}(o)}} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{12\cdot 10\cdot 0.2 + 2\cdot 2\cdot 10\cdot 0.2}{0.24}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{32}{0.24}}\frac{rad}{s} = \frac{20}{\sqrt{3}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 11,56\frac{rad}{s}$$

β. Επειδή $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = 0$ από αρχή διατήρησης της στροφορμής έχουμε:

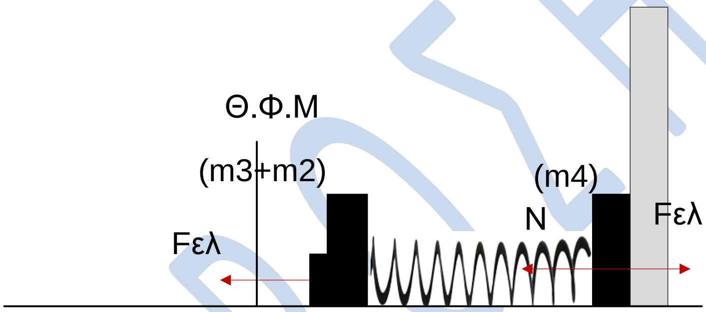
$$L_{\Pi P I N} = L_{META} \Rightarrow I_{\Sigma Y \Sigma T}(o)\cdot\omega = m_2\cdot u\cdot L \Rightarrow u = \frac{I_{\Sigma Y \Sigma T}(o)\cdot\omega}{m_2\cdot L} \Rightarrow u = 4\frac{m}{s}$$

γ. Για την κρούση του Σ_2 με το Σ_3 έχουμε:



Α.Δ.Ο.: $m_2\cdot u = (m_2+m_3)\cdot u_\Sigma \Rightarrow u_\Sigma = \dfrac{m_2\cdot u}{(m_2+m_3)} \Rightarrow u_\Sigma = 3,46\dfrac{m}{s}$

δ.



Όσο το ελατήριο είναι συσπειρωμένο, το σώμα 4 στην διεύθυνση του άξονα x, δέχεται τη δύναμη του ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda}$ και την αντίδραση N από τον κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα 4 θα χάσει την επαφή του με τον τοίχο, όταν το ελατήριο βρεθεί σε κατάσταση επιμήκυνσης για πρώτη φορά με κατεύθυνση προς τα αριστερά αφού μέχρι εκείνη τη στιγμή $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = \mathrm{N}$. Η επαφή χάνεται όταν N=0 δηλαδή στη Θ.Φ.Μ. διότι τότε $F_{\varepsilon\lambda}=0$.

Ο ζητούμενος χρόνος είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \text{ όπου } T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2+m_3}{k}} \Rightarrow T = 0.4\pi\sec$$

Άρα $\Delta t = 0.2\pi\sec$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΕΛΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ