ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

Α1. *δ*

Α2. *δ*

Α3. *γ*

Α4. *β*

Α5. *Σ, Λ, Λ, Σ, Λ*

Θέμα Β

Β1. *Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για τις ταχύτητες των κέντρων μαζών τους:*

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \; (1)$$

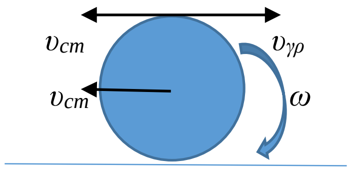
Η κρούση είναι ελαστική η αρχική κινητική ενέργεια πρέπει να είναι ίση με την τελική:

$$K_{αρχ} = K_{τελ} \Rightarrow \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_1\upsilon_1'^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2'^2}{2} \; (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε στη σχέση για την ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας $Σ_1$:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -6m/s$$

Το δάπεδο είναι λείο και δεν έχουμε τριβή. Κατά την κρούση των δύο σφαιρών ενεργούν μόνο κεντρικές δυνάμεις μεταξύ τους και επομένως η στροφορμή της <u>κάθε μίας σφαίρας</u> διατηρείται σταθερή. Άρα η σφαίρα $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση θα έχει τη ίδια γωνιακή ταχύτητα που είχε και *πριν την κρούση. Έτσι μετά την κρούση το κέντρο μάζας της σφαίρας κινείται προς τα αριστερά, ενώ ταυτόχρονα η σφαίρα στρέφεται δεξιόστροφα.*



Το μέτρο της ταχύτητας στο ανώτατο σημείο της σφαίρας είναι:

$$\upsilon = \left|\upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho}\right| \Rightarrow \upsilon = \left|\upsilon_{cm} - \omega_1 \cdot R\right| \Rightarrow \upsilon = \left|6m/s - 10m/s\right| \Rightarrow \upsilon = 4m/s$$

Άρα σωστή απάντηση το (β)

Β2. *Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής A_1 δίνεται από τη σχέση:*

$$f_1 = \frac{\upsilon + \upsilon_1}{\upsilon + \upsilon_s} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{340+20}{340+15}355 \Rightarrow f_1 = 360Hz$$

Επομένως ο παρατηρητής A_2 θα αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας που υπολογίζεται από τη σχέση :

$$f_2 = \frac{14}{12} f_1 \Rightarrow f_2 = \frac{14}{12}360 \Rightarrow f_2 = 420Hz$$

Για τον ήχο που αντιλαμβάνονται οι παρατηρητές A_1 και A_2 ισχύει:

$$N = f_1 \cdot \Delta t_1 = f_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{f_1 \cdot \Delta t_1}{f_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 2,4\sec$$

Άρα σωστή απάντηση το (α)

Β3. *Σε μία ταλάντωση ισχύει*

$$\left.\begin{cases} y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \\ a = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \end{cases}\right\} \Rightarrow a = -\omega^2 \cdot y$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου Σ μετά τη συμβολή των κυμάτων είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu(\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda})\eta\mu 2\pi(\text{ft} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}) \Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{3}\eta\mu 2\pi(ft - \frac{31}{6}) \Rightarrow$$

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu(-\frac{\pi}{3})\eta\mu\pi(2ft - \frac{31}{3}) \Rightarrow y = A\eta\mu\pi(2ft - \frac{31}{3})$$

Επομένως η επιτάχυνση ταλάντωσης του σημείου (Σ) είναι:

$$\alpha = -\omega^2 y \Rightarrow \alpha = -4\pi^2 f^2 \mathrm{A}\eta\mu\pi(2ft - \frac{31}{3})$$

Άρα σωστή απάντηση το (γ)

Θέμα Γ

Γ1. *Η εξίσωση ενός στάσιμου δίνεται από τη σχέση* $y = 2\mathrm{A}\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x}{\lambda})\eta\mu(\frac{2\pi t}{\mathrm{T}})$.

Η εξίσωση του στάσιμου που δίνεται είναι $y = 0,2\sigma\upsilon\nu(\pi x)\eta\mu(10\pi \mathrm{t})$ *(S.I.).*

Με αντιπαραβολή βρίσκουμε ότι:

2Α=0,2 ⇒ Α = 0,1 m

2πx/λ = πx ⇒ λ = 2 m

2πt/T = 10πt ⇒ T = 0,2 sec ⇒ f = 5 Hz ⇒ ω = 10π rad/sec

υ = λf ⇒ υ = 10 m/s

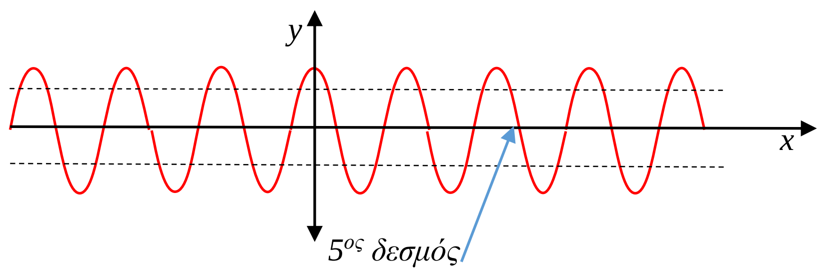
Γ2. *Το σημείο Μ απέχει λ/6=1/3m από τον 5° δεσμό επομένως θα απέχει από το Ο(x=0) απόσταση* x_M *= 2λ+λ/4 – λ/6 = 25λ/12 = 25/6m.*

$$\mathrm{A_M} = 2\mathrm{A}\left|\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x}{\lambda})\right| = 0,2\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\frac{25\lambda}{12}}{\lambda}\right| = 0,2\left|\sigma\upsilon\nu\frac{25\pi}{6}\right| = 0,2\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}\right| = 0,1\sqrt{3}m$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσής του δίνεται από τη σχέση :

$$\upsilon_{\max} = \omega \cdot \mathrm{A} \rightarrow \upsilon_{\max} = \pi\sqrt{3}m/s$$

Φτιάχνοντας ένα τυχαίο στιγμιότυπο του στάσιμου, βλέπει κανείς ότι ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς δεσμούς υπάρχουν δύο σημεία με το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.



Πριν από τον 5° δεσμό θα έχουμε 9 σημεία με την ίδια μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης και επομένως 8 σημεία ανάμεσα στο σημείο Ο(x = 0) και το σημείο Μ.

Γ3. *Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος για x = 25λ/12 = 25/6 m και για t = 0,525 sec:*

$$y = 0,2\sigma\upsilon\nu(\pi x)\eta\mu(10\pi\,\mathrm{t}) \Rightarrow \mathrm{y_M} = 0,2\sigma\upsilon\nu(\frac{25\pi}{6})\eta\mu(5,25\pi) \Rightarrow y_M = 0,1\sqrt{3}\eta\mu(5\pi + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow$$

$$y_M = -0,1\sqrt{3}\frac{\sqrt{2}}{2} = -0,05\sqrt{6}m.$$

Για να σχεδιάσω το στιγμιότυπο του κύματος την ίδια στιγμή πρέπει να ξέρω την απομάκρυνση και την ταχύτητα ταλάντωσης μίας κοιλίας (π.χ. το x = 0) .

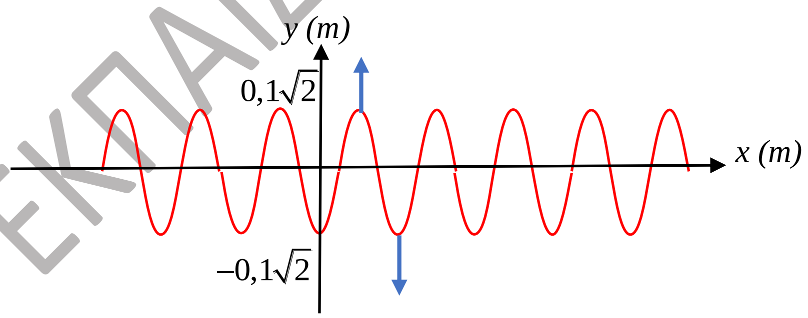
$$y = 0,2\sigma\upsilon\nu(\pi x)\eta\mu(10\pi\,\mathrm{t}) \rightarrow \mathrm{y_0} = 0,2\sigma\upsilon\nu 0 \cdot \eta\mu(5,25\pi) \rightarrow y_0 = 0,2\eta\mu(5\pi + \frac{\pi}{4}) \rightarrow$$

$$y_0 = -0,2\frac{\sqrt{2}}{2} = -0,1\sqrt{2}m.$$

$$\upsilon = 2\pi\sigma\upsilon\nu(\pi x)\sigma\upsilon\nu(10\pi\,\mathrm{t}) \rightarrow \upsilon_0 = 2\pi\sigma\upsilon\nu 0 \cdot \sigma\upsilon\nu(5,25\pi) \rightarrow \upsilon_0 = 2\pi\sigma\upsilon\nu(5\pi + \frac{\pi}{4}) \rightarrow$$

$$\upsilon_0 = -2\pi\frac{\sqrt{2}}{2} = -\pi\sqrt{2}m/\mathrm{s}.$$

Άρα το Ο (x = 0) βρίσκεται σε τυχαία αρνητική απομάκρυνση κινούμενο με αρνητική ταχύτητα προς την αρνητική ακραία θέση και το ίδιο όλες οι κοιλίες που είναι σε φάση με αυτήν (μία παρά μία).



Γ4. *Για τον 5ᵒ δεσμό ισχύει* $x = (2 \cdot 4 + 1)\frac{\lambda}{4} = \frac{9\upsilon}{4f}$.

Για να έχω κοιλία πρέπει $x = \frac{\kappa\lambda'}{2} = \frac{\kappa\upsilon}{2f'}$

Δηλαδή $\frac{9\upsilon}{4f} = \frac{\kappa\upsilon}{2f'} \Rightarrow f' = \frac{2\kappa f}{9} \Rightarrow f' = \frac{10\kappa}{9} \prec f \Rightarrow \kappa \prec 4,5 \Rightarrow \kappa = 4$

που σημαίνει ότι $f' = \frac{40}{9} Hz$

Γ5. *Το νέο μήκος κύματος θα είναι* $\lambda' = \frac{\upsilon}{f'} = \frac{10}{\frac{40}{9}} = \frac{9}{4} m$

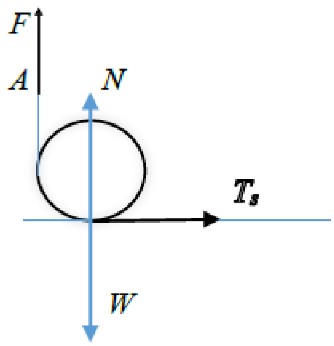
Το νέο πλάτος ταλάντωσης του Μ θα είναι

$$A'_M = 2A\left|\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x}{\lambda'})\right| = 0,2\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\frac{25}{6}}{\frac{9}{4}}\right| = 0,2\left|\sigma\upsilon\nu\frac{100\pi}{27}\right| = 0,2\left|\sigma\upsilon\nu(4\pi - \frac{8\pi}{27})\right| = 0,2\left|\sigma\upsilon\nu\frac{8\pi}{27}\right| = 0,12m$$

Άρα η νέα μέγιστη ταχύτητα του σημείου θα δίνεται από τη σχέση $\upsilon_{max} = \omega' A' = 2\pi f' A' = \frac{3,2\pi}{3} m/s$

Θέμα Δ

Δ1. *Η στατική τριβή είναι η μοναδική οριζόντια δύναμη και άρα αυτή θα πρέπει να επιταχύνει το κέντρο μάζας του δακτυλίου (*$\Sigma F_x = ma_{cm}$ *). Άρα θα έχει φορά προς τα δεξιά.*



Δ2. *Αρχικά υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του δακτυλίου ως προς τον άξονα περιστροφής του:*

$$I_{cm} = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... + m_n r_n^2 = (m_1 + m_2 + ... + m_n)R^2 = MR^2 = 2R^2$$

Θεμελιώδης νόμος μηχανικής:

$\Sigma F_x = Ma_{cm} \rightarrow T_s = Ma_{cm} \rightarrow T_s = 2a_{cm}$ *(1)*

Θεμελιώδης νόμος στροφικής:

$\Sigma\tau_{cm} = I_{cm}a_\gamma \rightarrow FR - T_s R = MR^2 a_\gamma \rightarrow 10 - T_s = 2a_{cm}$ *(2)*

Με πρόσθεση κατά μέλη τις (1) και (2) βρίσκουμε:

$$a_{cm} = 2,5m/s^2 \quad \kappa\alpha\iota \quad T_s = 5N \ .$$

Για το στερεό ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F + N = w \rightarrow N = 10N$$

Για να εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση πρέπει:

$$T_s \le T_{s_{\max}} \rightarrow T_s \le \mu_s N \rightarrow \mu_s \ge \frac{T_s}{N} \rightarrow \mu_{s_{\min}} = 0,5$$

Δ3. *Όταν ξετυλιχθεί νήμα μήκους 5m το κέντρο μάζας έχει μετατοπιστεί κατά 5m επίσης. Άρα*

$$x_{cm} = \frac{at^2}{2} \rightarrow t = 2\sec \quad \kappa\alpha\iota \quad \upsilon_{cm} = at \rightarrow \upsilon_{cm} = 5m/s \rightarrow \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} = \frac{5}{R} rad/\text{s} \ .$$

Άρα $K_{\pi\varepsilon\rho} = \dfrac{I\omega^2}{2} = \dfrac{2R^2 \dfrac{25}{R^2}}{2} = 25J$

Δ4. *Μπαίνοντας στο λείο επίπεδο θα διατηρηθεί η κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς γιατί διατηρείται η υ_{cm}. Θα διανύσει το λείο επίπεδο σε χρόνο* $t = \dfrac{\Delta x}{\upsilon} = \dfrac{20}{5} = 4\sec$. *Επομένως η κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης, μετά από 20m θα είναι:*

$$K_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} = \frac{\mathrm{M}\upsilon^2}{2} = 25J \ .$$

Όμως η γωνιακή ταχύτητα ω αυξάνεται εξαιτίας της ροπής που προκαλεί η F ενώ ταυτόχρονα έχει εξαφανισθεί η στατική τριβή. Για την κίνηση στο λείο επίπεδο ισχύει:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \Sigma\tau \rightarrow \frac{\mathrm{I}\omega' - \mathrm{I}\omega}{t} = FR \rightarrow \omega' = \frac{25}{R} rad/s$$

Επομένως $K_{\pi\varepsilon\rho} = \dfrac{\mathrm{I}\omega'^2}{2} = 625J$.

Άρα $\dfrac{K_{\sigma\tau\rho o\varphi}}{\mathrm{K}_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi}} = 25$

Δ5. *Όταν η δύναμη F αυξηθεί και το μέτρο της γίνει 30N τότε είναι μεγαλύτερη του βάρους οπότε το σώμα θα χάσει την επαφή του με το έδαφος, θα αρχίσει να κινείται προς τα πάνω και ταυτόχρονα να ξετυλίγεται νήμα. Επομένως:*

$$\Sigma F_y = Ma_{cm} \to a_{cm} = \frac{F-w}{M} \to a_{cm} = 5m/s^2$$

Ταυτόχρονα το άκρο Β έχει και γωνιακή επιτάχυνση λόγω περιστροφής.

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}_{cm}\alpha_\gamma \to FR = MR^2 a_\gamma \to a_\gamma = \frac{15}{R} rad/s^2$$

Επομένως $a_B = a_{cm} + a_\gamma R \to a_B = 20 rad/s^2$

ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επιμέλεια: *Αποστόλου Αριστείδης*

Κοψιδάς Ιωάννης

Λυκούδης Ηλίας

Τσίτουρας Νικόλαος