ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

Α1 *- α*

Α2 *- δ*

Α3 *- γ*

Α4 *- α*

Α5 *– Σ, Λ, Σ, Λ, Σ*

Θέμα Β

Β1 – Σωστή απάντηση το (α)

Αιτιολόγηση

Λίγο πριν την κρούση της σφαίρας με τον τοίχο, το ανώτερο σημείο της (Κ) έχει ταχύτητα

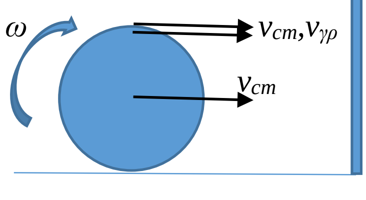
$$\vec{v}_{\kappa} = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho} \rightarrow v_{\kappa} = v_{cm} + v_{\gamma\rho} \rightarrow v_{\kappa} = v_{cm} + \omega R \rightarrow v_{\kappa} = v_{cm} + v_{cm} \rightarrow v_{\kappa} = 2v_{cm}$$

- *Κατά τη στιγμή της κρούσης με τον τοίχο, οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα είναι κεντρικές, δεν προκαλούν ροπές (Στ = 0), επομένως διατηρείται η στροφορμή της (L = σταθ) και ομοίως η γωνιακή της ταχύτητα (ω = σταθ).*
- *Η κρούση είναι κάθετη και ελαστική και η μάζα του τοίχου είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μάζα της σφαίρας. Από τη θεωρία γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας μετά την κρούση θα είναι* $v'_{cm} = -v_{cm}$

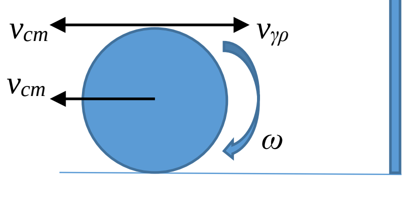
Αμέσως μετά την κρούση της σφαίρας με τον τοίχο, το ανώτερο σημείο της (Κ) έχει ταχύτητα

$$\vec{v}_{\kappa} = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho} \rightarrow v_{\kappa} = v_{cm} - v_{\gamma\rho} \rightarrow v_{\kappa} = v_{cm} - \omega R \rightarrow v_{\kappa} = v_{cm} - v_{cm} \rightarrow v_{\kappa} = 0$$

Πριν



Μετά



Β2 – Σωστή απάντηση το (γ)

<u>Αιτιολόγηση</u>

Υπολογίζουμε την ταχύτητα εκροής στο σημείο Γ με Bernoulli από ένα σημείο Β στην πάνω ελεύθερη επιφάνεια του νερού, έως το σημείο Γ, στο οποίο έχουμε θέσει και το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας (h = 0).

$$P_B + \cancel{\frac{1}{2}\varrho\upsilon_B^2} + \varrho gh = P_\Gamma + \frac{1}{2}\varrho\upsilon_\Gamma^2 + 0 \qquad (P_B = P_\Gamma = P_{ατμ}\ ,\ \upsilon_B << \upsilon_\Gamma)$$

$$\varrho gh = \frac{1}{2}\varrho\upsilon_\Gamma^2$$

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{2gh}$$

$$\upsilon_\Gamma = 2\sqrt{10}m/s$$

Η παροχή της οπής στο σημείο Γ είναι $\Pi_\Gamma = A_\Gamma \cdot \upsilon_\Gamma = 10^{-3} \cdot 2\sqrt{10}\ m^3/s$.

Η παροχή της βρύσης είναι $\Pi_B = 8 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$.

Επομένως η στάθμη του νερού θα αρχίσει να ανεβαίνει και ταυτόχρονα το σημείο Γ θα βρίσκεται κάθε στιγμή ολοένα και σε μεγαλύτερο βάθος. Επομένως θα αυξάνεται και η ταχύτητα εκροής του νερού από το σημείο Γ , οπότε θα αυξάνεται και η παροχή στην οπή Γ. Όταν η παροχή στο Γ γίνει ίση με την παροχή της βρύσης, η ελεύθερη επιφάνεια του νερού θα σταματήσει σε εκείνο το σημείο.

$$\Pi_B = \Pi_\Gamma \rightarrow \Pi_B = A_\Gamma \cdot \sqrt{2gh'} \rightarrow 8 \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \cdot \sqrt{20h'} \rightarrow h' = 3,2m\ .$$

Όμως η οπή βρίσκεται στο μέσο του δοχείου, σε βάθος 3m από το άνω άκρο του, άρα τελικά το νερό θα ξεχειλίσει.

Β3 – Σωστή απάντηση το (β)

<u>Αιτιολόγηση</u>

Αρχικά υπολογίζουμε την ταχύτητα διάδοσης του τρέχοντος κύματος, $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4m}{0,5s} = 8\,m/s$.

Από το στιγμιότυπο (2) βλέπουμε ότι $L = 7\frac{\lambda}{4} \rightarrow L = 7\frac{v}{4f} \rightarrow 2 = \frac{14}{f} \rightarrow f = 7\,Hz$

Θέμα Γ

Γ1. *Από την εξίσωση του κύματος και με αντιπαραβολή με τον γενικό τύπο του κύματος*

$y = A\eta\mu 2\pi(ft - x/\lambda)$ έχουμε:

$A = 4m$

$f = 5Hz$

$\lambda = 4m$

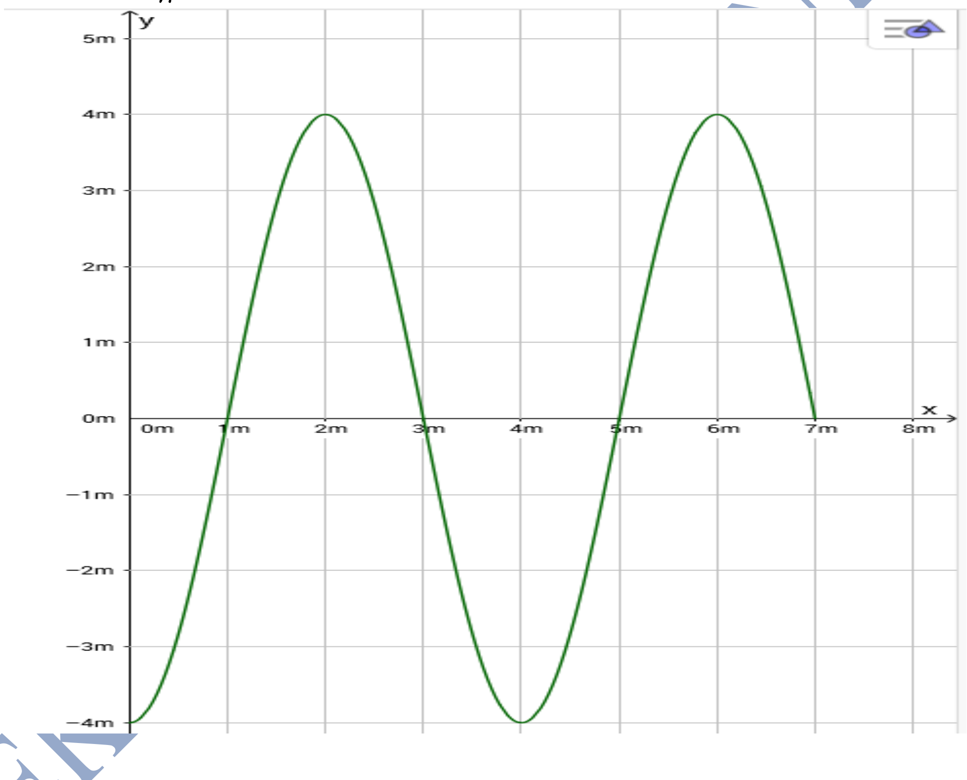
Επομένως $v = \lambda \cdot f = 20$ m/s

Γ2. *Τη χρονική στιγμή t_1 που το κύμα φτάνει στο σημείο x_A, η φάση του είναι μηδέν. Δηλαδή*

$$\varphi_A = 0 \rightarrow 10\pi t_1 - \frac{7\pi}{2} = 0 \rightarrow t_1 = 0,35s \;.$$

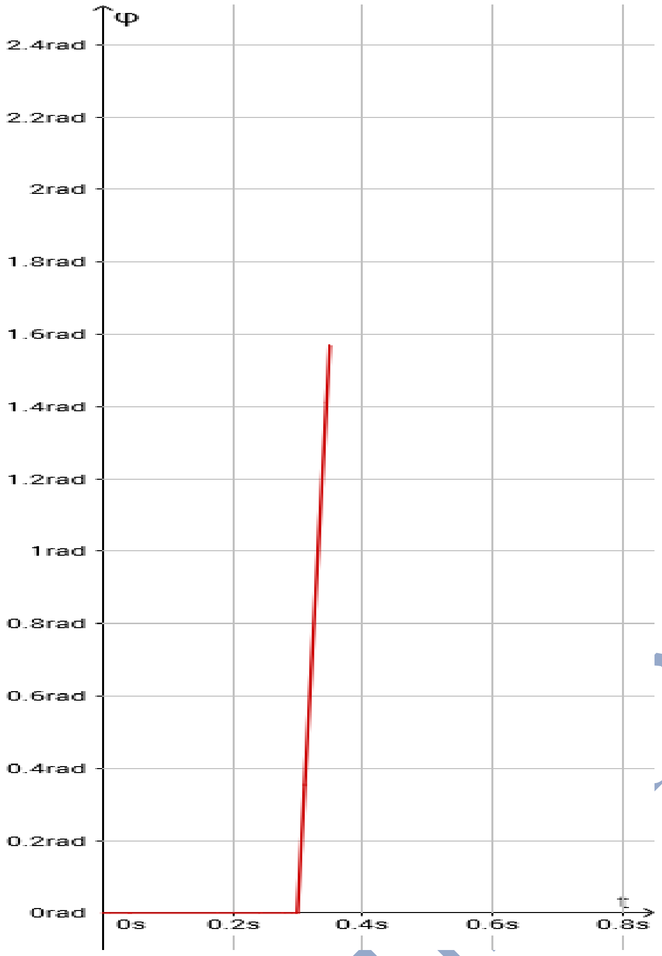
Η εξίσωση του στιγμιότυπου είναι $y = 4\eta\mu(3,5\pi - \frac{\pi x}{2}),\ (S.I.)$ *με* $0 \le x \le 7m$

Και το στιγμιότυπο



Γ3. *Το σημείο Β βρίσκεται στη θέση $x_B = 6m$. Το κύμα φτάνει σε αυτό τη χρονική στιγμή $t_2 = x_B / v = 0,3s$. Επομένως τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,35$ s ταλαντώνεται ήδη για $0,05s = T/4$. Δεδομένου ότι ξεκινάει ταλάντωση από τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα θετική, σε χρόνο $T/4$ θα έχει φτάσει στη θετική ακραία θέση, επομένως θα έχει ταχύτητα μηδέν εκείνη τη στιγμή.*

Η φάση του σημείου Β δίνεται από τη σχέση $\varphi_{B} = 10\pi t - 3\pi$, *για* $t \geq 0,3s$ *και το διάγραμμα της φάσης του σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται παρακάτω.*

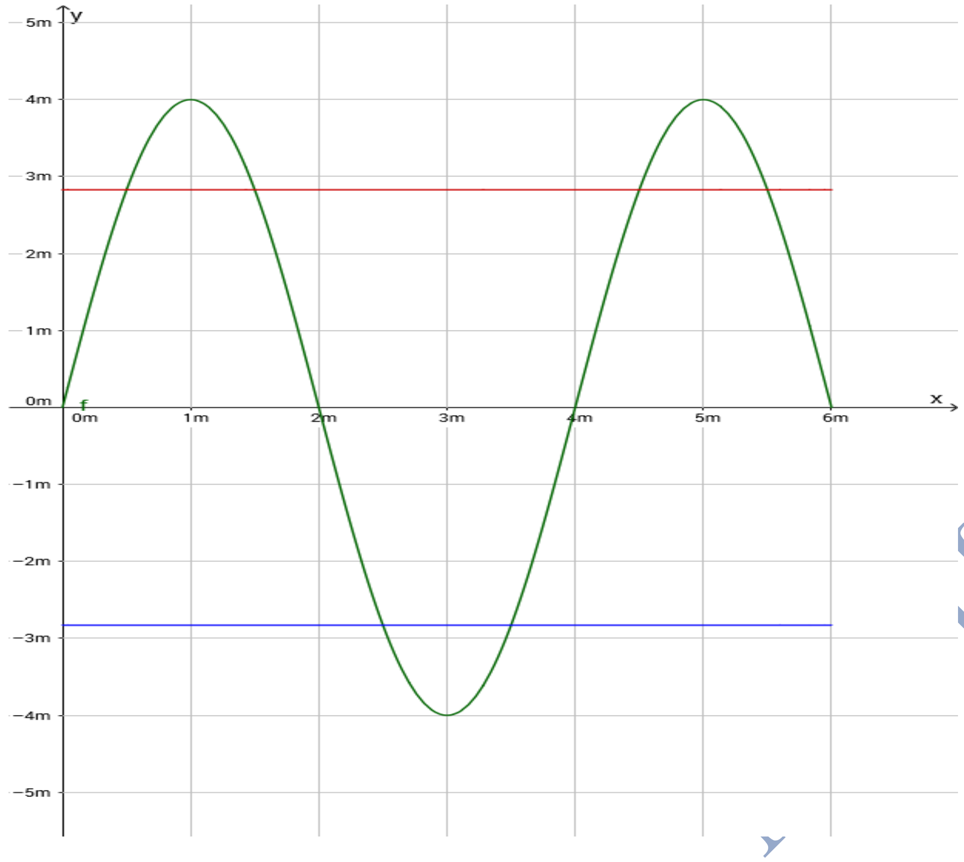


Γ4.

$$E = K + U \rightarrow E = 2U \rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 2\frac{1}{2}Dx^2 \rightarrow x = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2}.$$

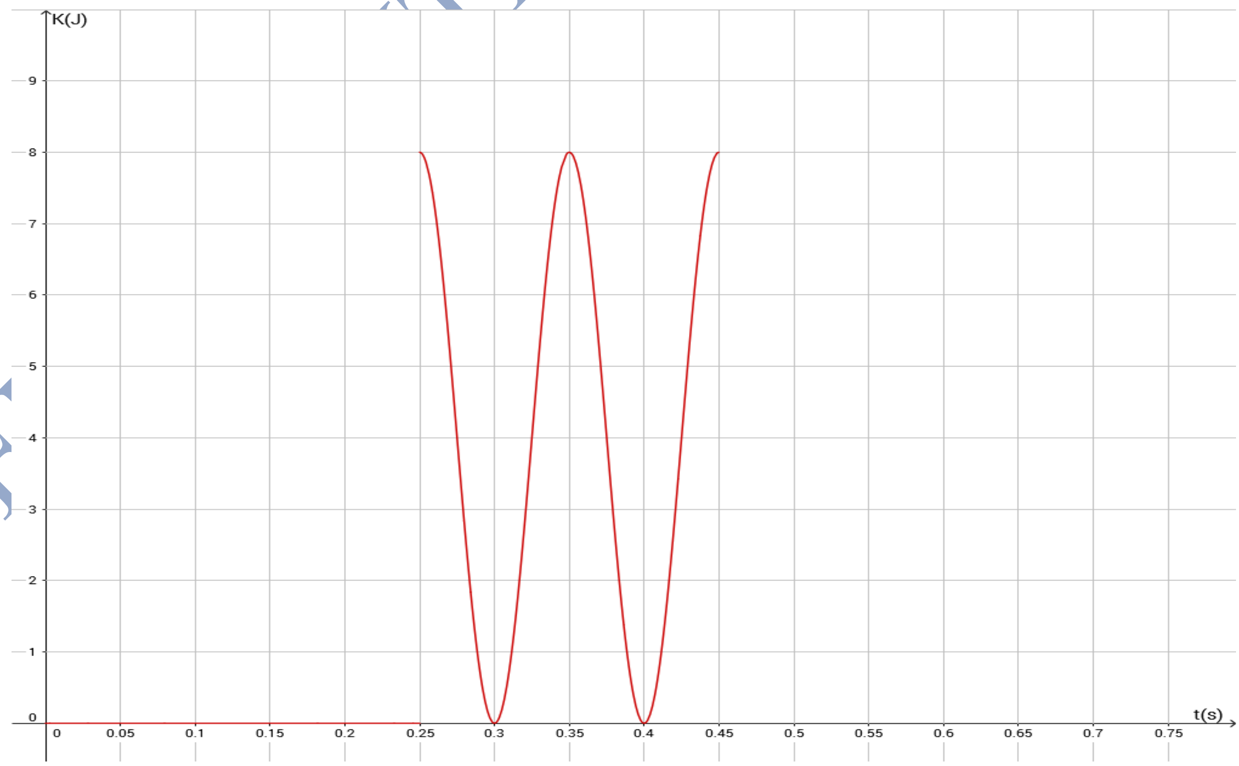
Άρα ψάχνουμε πόσα σημεία έχουν την παραπάνω απομάκρυνση, όταν το κύμα φτάνει στο σημείο Β, δηλαδή τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,3s$.

Σχεδιάζουμε παρακάτω το στιγμιότυπο τη στιγμή t_2 *και βλέπουμε ότι τα σημεία που έχουν την παραπάνω απομάκρυνση, τη χρονική στιγμή* $t_2 = 0,3s$, *είναι όσα τέμνονται από τις παράλληλες στον x'x άξονα, δηλαδή 6 σημεία.*



Γ5. *Η κινητική ενέργεια του υλικού σημείου Γ ($x_Γ$ = 5m), δίνεται από τη σχέση*

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sigma\upsilon\nu^2(10\pi t - \frac{\pi x}{2}) = 8\sigma\upsilon\nu^2(10\pi t - 2{,}5\pi),$$ *για* $t \geq 0{,}25s$ *και η γραφική του παράσταση είναι:*



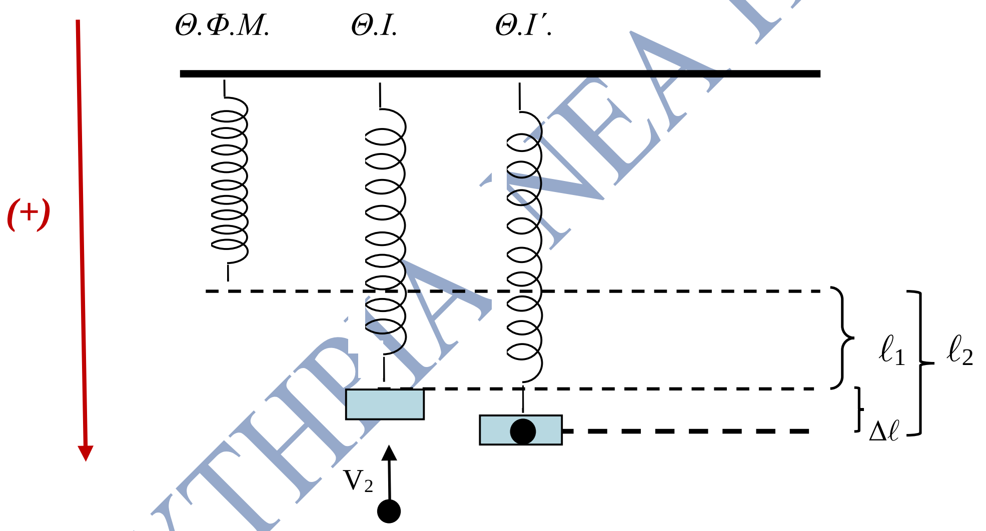
Θέμα Δ

Δ1. *Η θέση ισορροπίας του m_1 απέχει από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου απόσταση l_1 ενώ το συσσωμάτωμα θα απέχει απόσταση l_2 αντίστοιχα που υπολογίζονται από τις αντίστοιχες συνθήκες ισορροπίας (βλέπε σχήμα).*

$$\Theta.\mathrm{I}. \to \Sigma F_y = 0 \to m_1 g = k l_1 \to l_1 = 0{,}3m$$

$$\Theta.\mathrm{I}'. \to \Sigma F_y = 0 \to (m_1 + m_2)g = k l_2 \to l_2 = 0{,}4m$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = 0{,}1m$$



Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας του, επομένως η δύναμη επαναφοράς θα έχει φορά προς τα κάτω (θετική) και υπολογίζεται από τη σχέση

$F_{\varepsilon\pi\alpha\nu} = k \cdot \Delta l = 10N$.

Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται κάτω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, επομένως η δύναμη του ελατηρίου θα έχει φορά προς τα πάνω (αρνητική) και υπολογίζεται από τη σχέση $F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau} = -k \cdot l_1 = -30N$

Δ2. *Η ταλάντωση που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα έχει γωνιακή συχνότητα*

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 5 rad/s \quad \textit{και περίοδο} \ \mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} s \ .$$

Η εξίσωση της ταλάντωσης θα δίνεται από τη σχέση $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \to x = 0{,}2\eta\mu(5t + \varphi_0)$.

$$\xrightarrow[x=-0,1m]{t=0} -0,1 = 0,2\eta\mu\varphi_0 \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -\frac{1}{2} \rightarrow \varphi_0 = \left\{\frac{7\pi}{6} \ \acute{\eta} \ \frac{11\pi}{6}\right\}.$$

Την t=0 όμως έχουμε αρνητική ταχύτητα (v < 0), επομένως πρέπει συνφ₀ < 0 άρα φ₀=7π/6 rads.

Έτσι έχουμε $x = 0,2\eta\mu(5t + \frac{7\pi}{6}) \ (S.I.)$

Δ3. *Η ταχύτητα* v_2 *υπολογίζεται με την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την κρούση των σωμάτων.*

Συγκεκριμένα θα ισχύει: $m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v} \rightarrow \vec{v}_2 = 4\vec{v} \ (1)$

Ξέρουμε όμως ότι για την ταλάντωση του συσσωματώματος ισχύει E = K + U.

Επομένως $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_{o\lambda}v^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 \rightarrow v = -\frac{\sqrt{3}}{2} m/s \ (2)$

Άρα η σχέση (1) λόγω της (2) μας δίνει $v_2 = -2\sqrt{3}\, m/s$

Δ4. *Για την ενέργεια της ταλάντωσης έχουμε:*

$$E = K + U \rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} \xrightarrow{\frac{dE}{dt}=0} \frac{dU}{dt} = -\frac{dK}{dt} \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = -\frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} = -\frac{-k \cdot x \cdot dx}{dt} \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = k \cdot x \cdot v \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = 100 \cdot (-0,1) \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = 5\sqrt{3} \ J/s$$

Δ5. *Το συσσωμάτωμα θα μηδενίσει την ταχύτητά του για* 2^{η} *φορά, όταν βρεθεί στην αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσης. Επειδή η δύναμη ελατηρίου είναι συντηρητική δύναμη, το έργο της υπολογίζεται από τη σχέση*

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = U_{\varepsilon\lambda_{\alpha\rho\chi}} - U_{\varepsilon\lambda_{\tau\varepsilon\lambda}} = \frac{1}{2}kl_1^2 - \frac{1}{2}k(l_2 + A)^2 = -13,5 \ J$$