

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ-1
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 26 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (6)

ΘΕΜΑ Α

A 1. Πότε δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα;

Μονάδες 3

Τι ονομάζουμε σταθμικό μέσο των τιμών x_1, x_2, \dots, x_n ενός συνόλου δεδομένων με συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας) w_1, w_2, \dots, w_n αντίστοιχα;

Μονάδες 3

A 2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται συνεχής;

Μονάδες 4

A 3. Για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Μονάδες 5

A 4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

α) Αν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ .

Μονάδες 2

β) Αν f, g δύο συναρτήσεις με $g(x) \neq 0$, τότε ισχύει:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{g'(x)f(x) - f'(x)g(x)}{(g(x))^2}$$

Μονάδες 2

γ) Οι τιμές των ποιοτικών μεταβλητών δεν είναι αριθμοί.

Μονάδες 2

δ) Ως διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων ορίζεται η μεσαία παρατήρηση όταν το n είναι περιττός αριθμός.

Μονάδες 2

ε) Αν A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $B \subseteq A$, τότε $P(A) \geq P(B)$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις:

$$(P(A))^2 + 2(P(A'))^2 = 3P(B) \quad (1) \quad \text{και} \quad P(B) = -3x^2 + 2x - \frac{1}{9} \quad (2)$$

B 1. Να βρείτε το ευρύτερο διάστημα στο οποίο ανήκει ο πραγματικός αριθμός x , ώστε να έχει νόημα η σχέση (2).

Μονάδες 6

B 2. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και B .

Μονάδες 10

B 3. Αν επιπλέον ισχύει ότι $P(A-B) = \frac{5}{9}$, τότε να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: Να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο B

Δ: Να πραγματοποιηθεί ένα μόνο από τα ενδεχόμενα A, B

Ε: Να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα ενδεχόμενα A, B

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Μια επιχείρηση αξιολογεί το προσωπικό της με ένα σταθμισμένο τεστ εκατοντάβαθμης κλίμακας (0-100) και ομαδοποιεί τις βαθμολογίες σε πέντε (5) ισοπλατείς κλάσεις. Οι βαθμολογικές επιδόσεις των υπαλλήλων της έχουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Η μέση βαθμολογία των τεστ ήταν 68,8
- Έχουν εύρος $R = 20$
- Τα κέντρα των κλάσεων x_i έχουν διάμεσο $\delta = 68$
- Η αθροιστική % σχετική συχνότητα της 3^{ης} κλάσης είναι 60%
- Στο ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων το εμβαδόν του ορθογωνίου της 4^{ης} κλάσης είναι τα $\frac{4}{5}$ του εμβαδού του ορθογωνίου της 5^{ης} κλάσης.
- Η γωνία του κυκλικού διαγράμματος συχνοτήτων που αντιστοιχεί στις δύο πρώτες κλάσεις είναι 108° .

Γ 1. Να βρείτε τα άκρα των κλάσεων.

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Γ 2. Αν η επιχείρηση έχει ως κριτήριο για την προαγωγή ενός υπαλλήλου της η βαθμολογία του να είναι τουλάχιστον 70 και τελικά προήχθησαν 20 άτομα, να βρείτε το πλήθος των ατόμων που αποτελούν το προσωπικό της επιχείρησης.

Μονάδες 4

Γ 3. Να συμπληρώσετε τον επόμενο πίνακα και να δικαιολογήσετε τη συμπλήρωση κάθε στοιχείου του :

Κλάσεις [,)	Κέντρα κλάσεων x_i	v_i	N_i	f_i	$F_i\%$

Μονάδες 9

Γ 4. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι παρατηρήσεις $1, x_1, x_2, \dots, x_{119}$ μιας τυχαίας μεταβλητής X οι οποίες αποτελούν διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου με διαφορά $\omega=2$, καθώς και η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3}, x \in \mathbb{R}$.

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Έστω ότι για την τυπική απόκλιση s των παραπάνω παρατηρήσεων της τυχαίας μεταβλητής X ισχύει:

$$s = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 3)^2 (f(x) - f'(x) + \frac{4}{(x^2 + 3)^2})}{x^2 - 1}$$

Δ 1. Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή των παραπάνω παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 120$ και η τυπική απόκλιση $s = 3$.

Μονάδες 8

Δ 2. Αν οι παρατηρήσεις μιας νέας τυχαίας μεταβλητής Y με τιμές $y_i = \kappa x_i - 6C, \kappa \in \mathbb{R}^*$ ($i = 0, 1, 2, \dots, 119$ και $x_0 = 1$) ακολουθούν κανονική κατανομή, όπου C η τιμή του μεγίστου της συνάρτησης f , τότε:

i). Να αποδείξετε ότι $C = \frac{1}{6}$

Μονάδες 4

ii). Να βρείτε την ελάχιστη θετική ακέραια τιμή του κ για την οποία το δείγμα των παρατηρήσεων $y_i (i = 0, 1, 2, \dots, 119)$ είναι ομοιογενές.

Μονάδες 7

Δ 3. Για $\kappa = 1$ και αν επιλέξουμε τυχαία μια από τις παρατηρήσεις $y_i (i = 0, 1, 2, \dots, 119)$ του ερωτήματος **Δ 2** να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «Η τιμή που επιλέξαμε να είναι μεγαλύτερη από 122»,

B: «Η τιμή που επιλέξαμε να είναι μεταξύ των τιμών 116 και 125 » και

Γ: «Η τιμή που επιλέξαμε να είναι τουλάχιστον 128 ή το πολύ 110».

Μονάδες 6

ΑΡΧΗ 6ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Ο Δ Η Γ Ι Ε Σ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμία άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης : τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 1 ώρα μετά από την διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

Επιστημονικά υπεύθυνος: Καραγιάννης Β. Ιωάννης

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών Ν. Δωδεκανήσου