ΑΓ.ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ 11 -- ΠΕΙΡΑΙΑΣ -- 18532 -- ΤΗΛ. 210-4224752, 4223687

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ 2015

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο σελ 31

Α2. Σχολ. Βιβλίο σελ 27

Α3. Σχολ. Βιβλίο σελ 86

Α4. Λ-Σ-Λ-Λ-Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $(3x-1)(8x^2-6x+1)=0 \Leftrightarrow x=1/3,\ x=1/2,\ x=1/4$

Είναι $A\cap B\subseteq A\subseteq A\cup B$ έτσι $P(A\cap B)\le P(A)\le P(A\cup B)$

Άρα $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$, $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(A\cup B)=\frac{1}{2}$

Β2.

$$\begin{aligned} P(A'-B') &= P(A')-P(A'\cap B')= \\ &=1-P(A)-P\left((A\cup B)'\right)= \\ &=1-P(A)-1+P(A\cup B)=\frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$P(\Delta)=P\left((A\cap B)'\right)=1-P(A\cap B)=\frac{3}{4}$$

Β3.

Είναι $(A-B)\cap(B-A)\neq\varnothing$ και $E=(A-B)\cup(B-A)$

Άρα

$$\begin{aligned} P(E) &= P\left((A-B)\cup(B-A)\right)= \\ &=P(A-B)+P(B-A)= \\ &=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)= \\ &=P(A\cup B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Β4. $9x^2-3x-2=0 \Leftrightarrow x=-6/18(\alpha\pi o\rho),\ x=2/3(\delta\varepsilon\kappa\tau\acute{\eta})$

Άρα $P(\Gamma)=\frac{2}{3}$

Έστω είναι ασυμβίβαστα. Τότε $B\cap\Gamma=\varnothing$.

$$P(B\cup A)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Leftrightarrow P(B)=\frac{5}{12}$$

$$P(B\cup\Gamma)=P(B)+P(\Gamma)=\frac{5}{12}+\frac{3}{4}=\frac{14}{12}>1\ (\text{άτοπο})$$

Άρα δεν είναι ασυμβίβαστα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$f_1\%=10\%$ από ορισμό σχετικής συχνότητας

$f_5\%=30\%$ από ορισμό σχετικής συχνότητας

$a_3=f_3\cdot 360\Rightarrow f_3=\frac{108}{360}\Rightarrow f_3=0{,}3$

$f_2\%+f_4\%=100\%-f_1\%-f_3\%-f_5\%\Rightarrow$
$f_2\%+f_4\%=30\%\Rightarrow f_2+f_4=0{,}3\ \ (1)$

Τα κέντρα των κλάσεων είναι : $x_1=9, x_2=11, x_3=13, x_4=15, x_5=17$

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^{5}x_i\cdot f_i\Leftrightarrow 14=0{,}1\cdot 9+11\cdot f_2+13\cdot 0{,}3+15\cdot f4+17\cdot 0{,}3\Leftrightarrow 11f_2+15f_4=4{,}1\quad (2)$$

Από (1), (2) έχω $f_2=0{,}1$ και $f_4=0{,}2$

Άρα $f_2\%=10$ και $f_4\%=20$.

Γ2.

$$s^2=\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2\cdot f_i=(x_1-\bar{x})^2\cdot f_1+(x_2-\bar{x})^2\cdot f_2+(x_3-\bar{x})^2\cdot f_3+(x_4-\bar{x})^2\cdot f_4+(x_5-\bar{x})^2\cdot f_5=$$
$$(9-14)^2\cdot 0{,}1+(11-14)^2\cdot 0{,}1+(13-14)^2\cdot 0{,}3+(15-14)^2\cdot 0{,}2+(17-14)^2\cdot 0{,}3=6{,}6$$

Άρα $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{6{,}6}\simeq 2{,}57$

$$CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{2{,}57}{14}\simeq 0{,}184>0{,}1$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Γ3.

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i\cdot v_i+x_5\cdot v_5}{v}\Leftrightarrow 14=\frac{1780+17v_5}{v}\Leftrightarrow 14=\frac{1780}{v}+17\frac{v_5}{v}\Leftrightarrow 14=\frac{1780}{v}+17f_5\Leftrightarrow$$

$$14=\frac{1780}{v}+17\cdot 0.3\Leftrightarrow 14=\frac{1780}{v}+5.1\Leftrightarrow \frac{1780}{v}=8,9\Leftrightarrow v=200$$

Γ4. Είναι

$$\beta_i=\frac{1}{s_a}a_i-\frac{\bar{a}}{s_a}$$

Από εφαρμογή του βιβλίου σελ 99 έχουμε

$$\bar{\beta}=\frac{1}{s_a}\bar{a}-\frac{\bar{a}}{s_a}=0 \qquad s_\beta=\left|\frac{1}{s_a}\right|\cdot s_a=1$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Στο ΑΒΔ είναι (ΒΔ)=10 και $(AB)^2+(A\Delta)^2=(B\Delta)^2$ δηλαδή

$$x^2+(A\Delta)^2=100$$
$$(A\Delta)=\sqrt{100-x^2}.$$

$$0<(A\Delta)<2\rho \Leftrightarrow 0<x<10$$

$$(AB\Gamma\Delta)=(AB)(A\Delta)=x\sqrt{100-x^2}$$

Δ2.

$$f'(x)=\sqrt{100-x^2}+x\frac{-2x}{\sqrt{100-x^2}}=\frac{100-2x^2}{\sqrt{100-x^2}}$$

$$f'(x)\geq 0 \Leftrightarrow 100-2x^2\geq 0 \Leftrightarrow |x|\leq 5\sqrt{2} \overset{x>0}{\Leftrightarrow} x\leq 5\sqrt{2}$$

Έτσι η f είναι γν.αύξουσα στο $\left(0,5\sqrt{2}\right]$ και γν.φθίνουσα στο $\left[5\sqrt{2},+\infty\right)$.

Άρα παρουσιάζει μέγιστο στο $x=5\sqrt{2}$. Δηλαδή όταν $(AB)=5\sqrt{2}$ και τότε $(A\Delta)=\sqrt{100-50}=5\sqrt{2}=(AB)$. Άρα ΑΒΓΔ τετράγωνο.

ΑΓ.ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ 11 -- ΠΕΙΡΑΙΑΣ -- 18532 -- ΤΗΛ. 210-4224752, 4223687

Δ3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x+1)-\sqrt{99}}{98x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x+1)-f(1)}{98x}=\dfrac{1}{98}\cdot f'(1)=\dfrac{1}{98}\cdot\dfrac{98}{\sqrt{99}}=\dfrac{1}{\sqrt{99}}$.

Δ4. Έχουμε ότι $0<P^2(A)\le 1\Leftrightarrow\sqrt{99}\le\sqrt{100-P^2(A)}<\sqrt{100}$ και $0<P(A-B)\le 1$

οπότε $\dfrac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}}\in(0,1)$ αντίστοιχα $\dfrac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}}\in(0,1)$

Στο $(0,1)$ η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα οπότε

$$f\left(\frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}}\right)\le f\left(\frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}}\right)\overset{f\,\gamma\nu.\alpha\upsilon\xi.}{\Leftrightarrow}$$

$$\frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}}\le\frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}}\Leftrightarrow$$

$$P(A-B)\sqrt{100-P^2(A-B)}\le P(A)\sqrt{100-P^2(A)}\Leftrightarrow$$

$$f(P(A-B))\le f(P(A))\underset{0<P(A-B)\le 1}{\overset{0<P(A)\le 1}{\Leftrightarrow}}P(A-B)\le P(A)$$

που ισχύει γιατί $A-B\subseteq A$.

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΜΠΑΞΕΒΑΝΙΔΗΣ ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΣΩΤΗΡΟΠΟΥΛΟΥ ΔΕΣΠΟΙΝΑ
ΛΕΜΠΕΣΗ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ
ΧΑΡΙΣΗ ΣΤΕΛΛΑ ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ ΜΑΡΙΑ
ΚΑΜΜΑΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΑΝΔΡΙΟΠΟΥΛΟΣ ΓΙΩΡΓΟΣ

ΟΡΟΣΗΜΟ ΡΑΦΗΝΑ

ΛΙΑΚΟΥΡΑ ΕΛΕΝΗ ΜΑΛΑΚΗΣ ΘΑΝΑΣΗΣ ΚΑΠΡΑΛΟΣ ΓΙΩΡΓΟΣ