

ΔΕΥΤΕΡΑ 19 – 06 – 2017

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΤΗΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

Θέμα Α

A1. Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδα 31.

A2. Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδα 14.

A3. Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδα 72.

A4. Σωστό – Λάθος

α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Λάθος

δ) Σωστό

ε) Λάθος

Θέμα Β

B1. α) $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i v_i}{10} =$

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 9 \cdot 1}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

β) Διατάσσοντας τις παρατηρήσεις κατά αύξουσα σειρά έχουμε

1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 9. Επειδή, οι παρατηρήσεις είναι άρτιου πλήθους ισχύει

$$\delta = \frac{t_5 + t_6}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4$$

γ) $s^2 = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{10} t_i^2 v_i - \bar{x}^2 = \frac{1}{10} \cdot (1^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 3 + 5^2 \cdot 4 + 9^2 \cdot 1) - 4^2 = 5$

B2. $C_v = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{5}}{4} = 0,56 > 0,1$ άρα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα Γ

Γ1. $f(x) = x^2 - x + 1, x \in \mathbb{R}$

Η f είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 1$.

Επιλύοντας $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Πίνακας μονοτονίας

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	○	+
$f(x)$			

Η f παρουσιάζει στο $x_0 = \frac{1}{2}$ ελάχιστη τιμή την $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$.

Το ακρότατο είναι $A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

Γ2. Η εφαπτομένη που διέρχεται από το $A(2, f(2))$ έχει τύπο $y = \lambda x + \beta$ με $\lambda = f'(2) = 3$ και $f(2) = 2\lambda + \beta$. Οπότε $3 = 6 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$ άρα, $y = 3x - 3$.

Γ3. (ε): $y = 3x - 3$

• Σημεία τομής με $x'x$

Η τετμημένη του σημείου τομής (ε) – $x'x$ προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης $0 = 3x - 3 \Rightarrow x = 1$

$K(1, 0)$

• Σημεία τομής με $y'y$

Η τεταγμένη του σημείου τομής (ε) – $y'y$ προκύπτει ως η τιμή $y = 3 \cdot 0 - 3 = -3$

$\Lambda(0, -3)$

Γ4. $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1}$

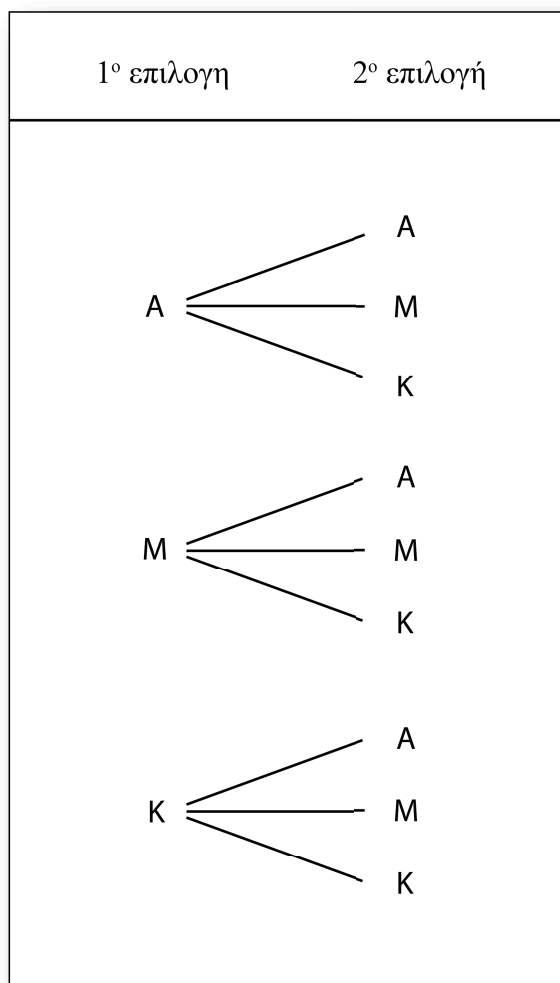
Αφού η f είναι συνεχής (ως πολυωνυμική) προκύπτει ότι το όριο είναι απροσδιόριστης μορφής $\frac{0}{0}$.

$$\begin{aligned} A &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{f(x)} - 1)(\sqrt{f(x)} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{f(x)} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{(x - 1)(\sqrt{f(x)} + 1)} = \\ &= \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Θέμα Δ

Δ1. Αν συμβολίσουμε Α: άσπρη, Μ: μαύρη, Κ: κόκκινη.

Ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης προκύπτει από το παρακάτω δένδροδιάγραμμα.



$$\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$$

Δ2. $A = \{AM, MM, KM\}$

$$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$$

43. α) Επειδή τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα έχουμε:

$$\bullet P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{N(A)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\bullet A \cap B = \{AM, KM\} \text{ άρα } P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$$

$$\bullet A - B = \{MM\}$$

$$P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$$

$$\bullet B - A = \{AK, MA, MK, KA\}$$

$$P(B - A) = \frac{N(B - A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{9}$$

β) Αφού $A \cup B = \{AM, MM, KM, AK, MA, MK, KA\}$ και $\Gamma \cap A = \emptyset$ και

$\Gamma \cap B = \emptyset$ τότε $\Gamma \cap (A \cup B) = \emptyset$ οπότε οι δυνατές περιπτώσεις είναι:

$$\Gamma = \{AA\} \text{ ή } \Gamma = \{KK\} \text{ ή } \Gamma = \{AA, KK\} \text{ οπότε } P(\Gamma) = P(\{AA, KK\}) = \frac{2}{9}.$$

Σχόλιο

Σύμφωνα με τον ορισμό του ενδεχομένου (σελίδα 139 σχολικού βιβλίου).

«Κάθε ενδεχόμενο έχει τουλάχιστον ένα στοιχείο». Για τούτο, δεν εξετάζουμε την περίπτωση $\Gamma = \emptyset$.

Επιμέλεια απαντήσεων των θεμάτων: Τομέας Μαθηματικών