ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 – 05 – 2016

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΤΗΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Θέμα Α

Α Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδες 150 – 151.

Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδα 87.

Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδα 14.

<u>Σωστό – Λάθος</u>

α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Σωστό

δ) Σωστό

ε) Λάθος

Θέμα Β

Β1. Η f είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική στο $D_f = \mathbb{R}$ με

$$f'(x) = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1\right)' = x^2 - 5x + 6$$

Προκύπτει ο πίνακας μονοτονίας της f

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 2]$, γνησίως φθίνουσα στο $[2, 3]$, γνησίως αύξουσα στο $[3, +\infty)$ και παρουσιάζει στο $x_0 = 2$ τοπικό μέγιστο με $f(2) = \frac{11}{3}$ το σημείο $K\,(2, f(2))$ και στο $x_1 = 3$ τοπικό ελάχιστο με $f(3) = \frac{7}{2}$ το σημείο $\Lambda\left(3, \frac{7}{2}\right)$.

Β2. Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $A\,(0, f(0))$ δίνεται από τον τύπο:

$$y - f(0) = f'(0)\,(x - 0) \Rightarrow$$

$$y - (-1) = 6\,(x - 0) \Rightarrow$$

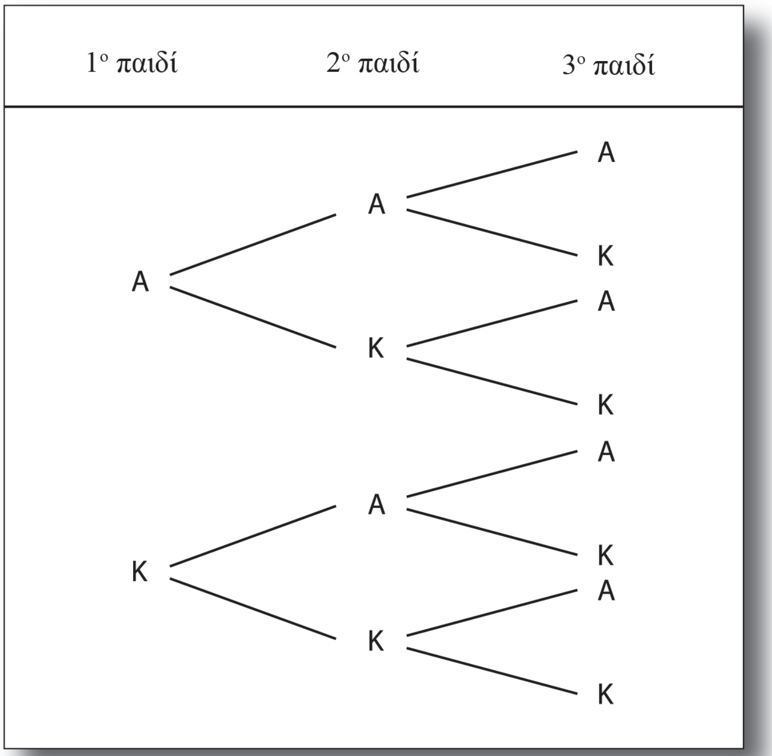
$$y = 6x - 1$$

Β3. Είναι $\lim\limits_{x \to -1} \frac{f'(x) - 12}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} =$

$$= \lim_{x \to -1} \frac{(x - 6)\,(x + 1)}{x + 1} = \lim_{x \to -1} (x - 6) = -7$$

Θέμα Γ

Γ1.



$\Omega = \{(ΑΑΑ), (ΑΑΚ), (ΑΚΑ), (ΑΚΚ), (ΚΑΑ), (ΚΑΚ), (ΚΚΑ), (ΚΚΚ)\}$

Με $N(\Omega) = 8$

Γ2. $A = \{(ΚΑΑ), (ΚΑΚ), (ΚΚΑ), (ΚΚΚ)\}$

$B = \{(ΑΚΚ), (ΚΑΚ), (ΚΚΑ), (ΚΚΚ)\}$

$\Gamma = \{(ΑΑΑ), (ΑΑΚ), (ΚΚΑ), (ΚΚΚ)\}$

Γ3. ***α)*** Αφού τα ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα τότε ισχύει ο κλασικός ορισμός της πιθανότητας.

- $\Delta = A \cap B = \{(KAK),(KKA),(KKK)\}$ με $P(\Delta) = \dfrac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \dfrac{3}{8}$
- $E = A \cup B = \{(KAA),(KAK),(KKA),(KKK),(AKK)\}$

  με $P(E) = \dfrac{N(E)}{N(\Omega)} = \dfrac{5}{8}$
- $Z = \Gamma - E = \{(AAA),(AAK)\}$ με $P(Z) = \dfrac{N(Z)}{N(\Omega)} = \dfrac{1}{4}$

β) $P(H) = P\left[(A \cup B)'\right] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) = 1 - \dfrac{5}{8} = \dfrac{3}{8}$

$$P(\Theta) = P\,[(A-B)\cup(B-\alpha)] \overset{(A-B)\cap(B-A)=\varnothing}{=}$$

$$= P(A-B) + P(B-A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) =$$

$$= P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(E) - P(\Delta) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$$

Θέμα Δ

Χρόνος σε λεπτά	Κεντρική Τιμή x_i	Συχνότητα ν_i
$[8, 8+c)$	10	20
$[8+c, 8+2c)$	14	15
$[8+2c, 8+3c)$	18	10
$[8+3c, 8+4c)$	22	5
ΣΥΝΟΛΑ		50

Δ1. Είναι $x_2 = 14$ τότε: $\frac{8+c+8+2c}{2} = 14 \Leftrightarrow 28 = 16 + 3c \Leftrightarrow 14 = 3c \Leftrightarrow c = 4$

Για $c = 4$ προκύπτει ο πίνακας:

Χρόνος σε λεπτά	**Κεντρική Τιμή** x_i	**Συχνότητα** ν_i
$[8, 12)$	10	20
$[12, 16)$	14	15
$[16, 20)$	18	10
$[20, 24)$	22	5
ΣΥΝΟΛΑ		50

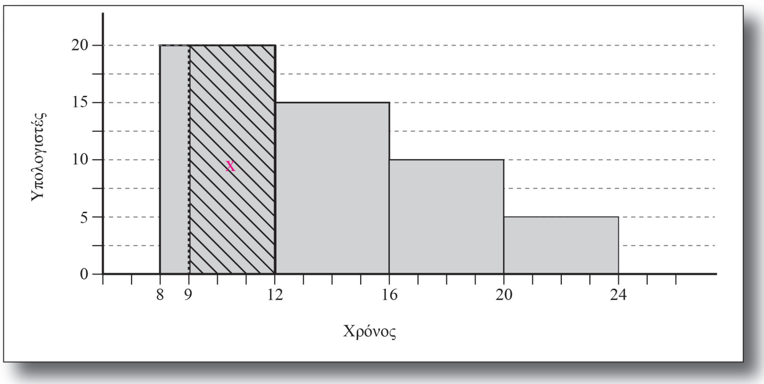
Δ2. Έχουμε $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \nu_i}{\nu} \Leftrightarrow 14 = \frac{20 \cdot 10 + 14 \cdot 15 + 18 \cdot 10 + 22 \cdot \nu_4}{20 + 15 + 10 + \nu_4} \Leftrightarrow$

$14 \cdot 45 + 14 \cdot \nu_4 = 200 + 210 + 180 + 22 \cdot \nu_4 \Leftrightarrow$

$630 - 590 = 22\nu_4 - 14\nu_4 \Leftrightarrow 40 = 8\nu_4 \Leftrightarrow$

$\nu_4 = 5$

Δ3. Οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες άρα τα ποσά, χρόνος σε λεπτά με τις αντίστοιχες συχνότητες είναι ανάλογα:



$$\frac{12-9}{12-8}=\frac{x}{20}\Leftrightarrow\frac{3}{4}=\frac{x}{20}\Leftrightarrow x=\frac{60}{4}=15$$

Άρα 15 υπολογιστές είναι από 9 έως 12 λεπτά.

Συνεπώς ο αριθμός των υπολογιστών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά είναι: $15+\nu_2+\nu_3+\nu_4=15+25+5=45$ υπολογιστές.

Δ4. $$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2\nu_i}{\nu}=$$

$$=\frac{(10-14)^2\cdot 20+(14-14)^2\cdot 15+(18-14)^2\cdot 10+(22-14)^2\cdot 5}{50}=$$

$$=\frac{16\cdot 20+0\cdot 15+16\cdot 10+64\cdot 5}{50}=\frac{320+160+320}{50}=\frac{800}{50}=16$$

Άρα $s=\sqrt{16}=4$ οπότε $cv=\frac{s}{|\bar{x}|}=\frac{4}{14}=28{,}57\%$

Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Δ5. Οι καινούργιες τιμές των χρόνων ταχύτητας κάθε υπολογιστή είναι 80 % των αρχικών. Άρα με βάση την εφαρμογή 3 σελίδα 99 οι νέες τιμές y_i έχουν τη μορφή:

$y_i=0{,}8x_i$ όπου x_i οι αρχικές τιμές έχουν $\bar{y}=0{,}8\bar{x}$, $S_y=|0{,}8|s_x$

Άρα $\bar{y}=0{,}8\cdot 14=11{,}2$, $s_y=0{,}8\cdot 4=3{,}2$

Οπότε $CV_y=\frac{s_y}{|\bar{y}|}=\frac{3{,}2}{11{,}2}=0{,}2857$ ή $28{,}57\%$ δεν είναι ομοιογενές.

Επιμέλεια απαντήσεων των θεμάτων: Τομέας Μαθηματικών