

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να διατυπώσετε τον ορισμό του συντελεστή μεταβλητότητας CV .

A2. Να διατυπώσετε τον ορισμό της παραγώγου μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της.

A3. Έστω ένα ενδεχόμενο A ενός δειγματικού χώρου Ω με A' το συμπληρωματικό ενδεχόμενο του A . Να δείξετε ότι $P(A') = 1 - P(A)$.

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος:

A) Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

B) Τα σπουδαιότερα μέτρα διασποράς μιας μεταβλητής είναι η μέση τιμή και η διάμεσος αυτής.

Γ) Αν για τα ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα ισχύει $P(A) = P(B)$ τότε είναι πάντα $N(A) = N(B)$

Δ) Αν για μία συνάρτηση f ισχύει $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (\alpha, \beta)$, $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (α, β) για $x = x_0$ ελάχιστο.

Ε) Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις τότε για την παράγωγο της συνάρτησης ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

ΘΕΜΑ Β

Η μέση τιμή και η διάμεσος της βαθμολογίας ενός μαθητή σε 7 μαθήματα του Α΄ τετραμήνου είναι ίσες. Οι βαθμοί στα 6 μαθήματα είναι 13, 14, 14, 16, 18, 19, Αν ο βαθμός στο έβδομο μάθημα είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 18 τότε:

B1. Να υπολογιστεί ο βαθμός στο έβδομο μάθημα.

B2. Επιλέγουμε τυχαία ένα μάθημα. Θεωρούμε A, B ενδεχόμενά

- A : Ο βαθμός στο μάθημα να είναι μεγαλύτερος του 15' και
- B : Ο βαθμός να είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 18'.

Ακόμα θεωρούμε το ενδεχόμενο X τέτοιο ώστε $B \cup X = A$. Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της πιθανότητας του ενδεχομένου X , $P(X)$.

B3. Αν στο Β΄ τετράμηνο οι βαθμοί του μαθητή αυξηθούν κατά α μονάδες, να βρεθεί το α με $\alpha \in \mathbb{N}$ ώστε το δείγμα των 7 βαθμών των μαθημάτων να έχει συντελεστή μεταβλητότητας $CV = \frac{2}{7}$.

B4. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με $f(x) = x^2 - 3x$ που είναι παράλληλη της ευθείας $y = \alpha x + \beta$, όπου $\alpha \in \mathbb{N}$ του ερωτήματος B3.

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε ένα δείγμα n παρατηρήσεων μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής X , τις οποίες τις ομαδοποιήσαμε σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους c . Αν η μικρότερη

παρατήρηση είναι το 10, η κεντρική της δεύτερης κλάσης είναι $x_2 = 25$, η διάμεσος των παρατηρήσεων του δείγματος είναι $\delta = 35$ και η μέση τιμή $\bar{x} = 34$, ενώ ο λόγος της σχετικής συχνότητας της τρίτης κλάσης προς την σχετική συχνότητα της τέταρτης κλάσης είναι $\frac{4}{3}$ τότε:

Γ1. Να βρεθεί το πλάτος c των κλάσεων.

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον διπλανό πίνακα σωστά συμπληρωμένο.

Κλάσεις	x_i	f_i
[...,...)		
[...,...)		
[...,...)		
[...,...)		
Σύνολο		

Γ3. Δίνεται ότι $f_1 = 0,1$, $f_2 = 0,2$, $f_3 = 0,4$, $f_4 = 0,3$. Να βρείτε την μέση τιμή των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 20 και μικρότερες του 40.

Γ4. Αν v_3, v_4 το πλήθος των παρατηρήσεων της τρίτης και της τέταρτης κλάσης, ενώ v_1 το πλήθος των παρατηρήσεων της πρώτης κλάσης και $v_3 + v_4 = 140$ να βρείτε το v_1 .

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε συνάρτηση $f(x) = v^2 x - \frac{2}{x}$ με $v \in \mathbb{N}^*$ και $x \geq 1$.

Δ1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$

Δ2. Να δείξετε ότι $x \cdot [v^2(x-1) + 2] \geq 2$ για κάθε $x \geq 1$.

Δ3. Αν ισχύει ότι $v^2(2P(A)) - \frac{1}{P(A)} = \frac{3v^2}{2} - \frac{4}{3}$ να δείξετε ότι $P(A) = \frac{3}{4}$.

Δ4. Αν επιπλέον $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ να υπολογισθεί το $P(A' \cup B)$.

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ

ΟΡΟΣΗΜΟ