ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο Σελ. 30

Α2. Σχολ. Βιβλίο Σελ. 13

Α3. Σχολ. Βιβλίο Σελ. 59

Α4. α – Σωστό

β - Λάθος

γ - Λάθος

δ - Λάθος

ε - Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Το πλήθος των πωλητών της εταιρείας είναι $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 40$.

Β2.

Κλάσεις	**Κεντρικές τιμές** x_i	**Συχνότητα** ν_i	**Σχετική συχνότητα** f_i
$[2,4)$	**3**	**12**	**0,3**
$[4,6)$	**5**	**8**	**0,2**
$[6,8)$	**7**	**14**	**0,35**
$[8,10)$	**9**	**6**	**0,15**
Σύνολο		**40**	**1**

Από τον τύπο $f_i = \frac{\nu_i}{\nu}$, $i = 1, \dots, 4$ βρίσκουμε ότι $f_1 = 0{,}3,\ f_2 = 0{,}2, f_3 = 0{,}35\ \ και\ \ f_4 = 0{,}15$

Β3.α)Για τη μέση τιμή έχουμε

$$\bar{x} = x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + x_4 f_4 = 5{,}7\ χιλιάδες\ €$$

β) Το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδες € είναι

$$\frac{3\nu_2}{4} + \nu_3 + \nu_4 = 26$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έχουμε,

$$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{3} \text{ ή } x_2 = \frac{1}{4}$$

x		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$	
f'(x)	+	0	−	0	+
f(x)	↗		↘		↗
		τ.μ.		τ.ε.	

Επομένως, από τον παραπάνω πίνακα μεταβολών έχουμε ότι η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 = \frac{1}{4}$ και τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = \frac{1}{3}$.

Οπότε $P(K) = \frac{1}{4}\ \kappa\alpha\iota\ P(A) = \frac{1}{3}$.

Όμως

$$P(K) + P(A) + P(\Pi) = 1 \Leftrightarrow P(\Pi) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

Γ2.

$$P(\Gamma) = P(A \cup K) \overset{A,K\ \alpha\sigma\upsilon\mu\beta\acute{\iota}\beta\alpha\sigma\tau\alpha}{=} P(A) + P(K) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

$$P(\Delta) = P(\Pi) = \frac{5}{12}\ \alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ \eta\ \mu\pi\acute{\alpha}\lambda\alpha\ \delta\varepsilon\nu\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ o\acute{\upsilon}\tau\varepsilon\ \kappa\acute{o}\kappa\kappa\iota\nu\eta\ o\acute{\upsilon}\tau\varepsilon\ \acute{\alpha}\sigma\pi\rho\eta, \theta\alpha\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \pi\rho\acute{\alpha}\sigma\iota\nu\eta$$

$$P(E) = P(A \cup \Pi') = P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi') = P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A - \Pi) =$$

$$= P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A) + P(A \cap \Pi) = \frac{7}{12}\ \alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ A, \Pi\ \alpha\sigma\upsilon\mu\beta\acute{\iota}\beta\alpha\sigma\tau\alpha$$

Γ3.

$$N(A) = N(\Pi) - 4 \Leftrightarrow P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow N(\Omega) = 48$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Έστω οι διαστάσεις της βάσης είναι $x, y > 0$. Τότε η επιφάνεια του κουτιού αφού είναι ανοιχτό από πάνω είναι

$$E = xy + 5y + 5y + 5x + 5x = xy + 10y + 10x$$

Όμως η περίμετρος της βάσης είναι $2x + 2y = 20 \Leftrightarrow y = 10 - x,\ y \in (0,10)$.

Οπότε,

$$E(x) = 10x - x^2 + 100 - 10x + 10x = -x^2 + 10x + 100$$

με $x > 0$ και $y > 0 \Leftrightarrow 10 - x > 0 \Leftrightarrow x < 10$. Οπότε,

$$E'(x) = -2x + 10$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

x	0		5		10
E'(x)		+		−	
E(x)		↗		↘	

Από τον παραπάνω πίνακα μεταβολών συμπεραίνουμε ότι για $x = 5$ η επιφάνεια γίνεται μέγιστη.

Δ2.

Ισχύει ότι $5 = x_1 < x_2 < \ldots < x_{14} < x_{15} = 9$

α) Αφού το δείγμα δεν είναι ομοιογενές έχουμε ότι $CV_x > 10\% \Leftrightarrow \frac{s}{\bar{x}} > \frac{1}{10} \Leftrightarrow s > \frac{8}{10} \Leftrightarrow s > \frac{4}{5}$

Λύνοντας την εξίσωση $2s^2 - 5s + 2 = 0 \Leftrightarrow s_1 = 2$ ή $s_2 = \frac{1}{2}$ συνεπώς $s = 2$.

β) $s^2 = \frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\nu} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} x_i\right)^2}{\nu}\right\} \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{15} x_i\right)^2}{15^2}$

$$\Leftrightarrow 4 = \overline{(x^2)} - (\bar{x})^2 \Leftrightarrow \overline{x^2} = 68$$

Δ3.

Αφού η συνάρτηση Ε είναι γνησίως φθίνουσα στο $[5,10)$ έχουμε ότι

$$R = y_1 - y_{15} = E(5) - E(9) = -25 + 50 + 100 + 81 - 90 - 100 = 16$$

Επίσης, $y_i > -4x_i + 9R + 1 \Leftrightarrow E(x_i) > -4x_i + 145 \Leftrightarrow -x_i^2 + 14x_i - 45 > 0 \Leftrightarrow x_i \in (5,9)$

Άρα $B = \{A_2, \dots, A_{14}\}$ και $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}$.