ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1→γ

Α2→γ

Α3→δ

Α4→γ

Α5. α→Σωστό β→Λάθος γ→Σωστό δ→Λάθος ε→Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστό είναι το (ii).

$$C = \frac{Q}{V_c} \Rightarrow Q = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 4 \cdot 10^{-4}\, C$$

$$E_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{16 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-5}} = 4 \cdot 10^{-3}\, J$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-3} \cdot 36 = 2 \cdot 10^{-3}\, J$$

Άρα $|\varDelta E| = 2 \cdot 10^{-3}\, J$

Β2. Σωστό είναι το (iii).

Ισχύει

$$f_2 = 3f_1 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3}$$

$$\left.\begin{matrix} r_1 - r_2 = (2\kappa+1) \cdot \dfrac{\lambda_2}{2} = (2\kappa+1) \cdot \dfrac{\lambda_1}{6} \\ r_1 + r_2 = 2\lambda_1 = d \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow r_1 = \lambda_1 + (2\kappa+1) \cdot \frac{\lambda_1}{12}$$

Όμως

$$0 \le r_1 \le 2\lambda_1 \Leftrightarrow$$

$$0 \le \lambda_1 + (2\kappa+1) \cdot \frac{\lambda_1}{12} \le 2\lambda_1 \Leftrightarrow \cdots \Leftrightarrow -6{,}5 \le \kappa \le 5{,}5$$

επειδή $\kappa \epsilon \mathbb{Z}$ τότε $\kappa = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ που είναι 12 ακέραιες τιμές.
Άρα 12 υπερβολές απόσβεσης.

Β3. Σωστό είναι το (ii).

$$I_{αρχ} = I_1, \qquad I_{τελ} = I_1 + \frac{I_1}{4} = \frac{5I_1}{4}$$

Επειδή δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις που να παράγουν ροπή ισχύει:

$$Στ_{εξ} = 0$$

Άρα <u>Α.Δ.Σ.</u>

$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Leftrightarrow I_{αρχ} \cdot ω_1 = I_{τελ} \cdot ω_2 \Leftrightarrow I_1 \cdot ω_1 = \frac{5}{4} I_1 \cdot ω_2 \Leftrightarrow \boxed{ω_2 = \frac{4}{5} ω_1}$$

Άρα για τον $Δ_1$

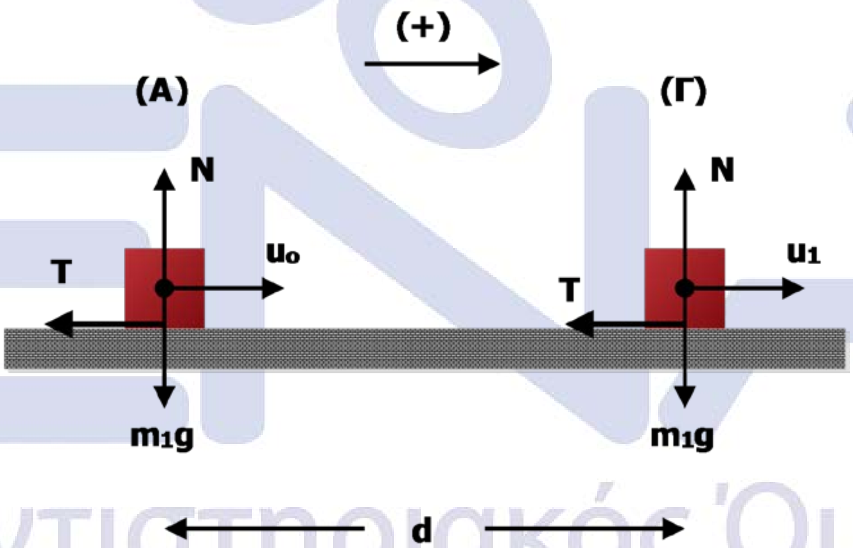
$$L_{αρχ} = I_1 \cdot ω_1 = L_1 \ (\mathbf{1})$$

$$L_{τελ} = I_1 \cdot ω_2 = \frac{4}{5} \cdot I_1 \cdot ω_1 = \frac{4}{5} \cdot L_1 \ \ (\mathbf{2})$$

Από (1), (2) έχουμε

$$|ΔL_1| = \frac{1}{5} \cdot L_1$$

ΘΕΜΑ Γ
Γ1.



Η κρούση είναι κεντρική ελαστική.
Αν u_1 η ταχύτητα του σώματος πριν την κρούση και $u_1{}'$ μετά την κρούση, τότε από την σχέση

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \Leftrightarrow u_1' = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} \cdot u_1 \Leftrightarrow u_1' = \frac{-m_1}{3m_1} \cdot u_1 \Leftrightarrow -\sqrt{10} = -\frac{u_1}{3} \Leftrightarrow u_1 = 3\sqrt{10}\, m/s$$

Άρα πριν από την κρούση το m_1 έχει ταχύτητα $u_1 = 3\sqrt{10}\, m/s$

Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ για το m_1 από τη θέση Α (σε απόσταση d) μέχρι τη θέση Γ (πριν την κρούση) έχουμε

$$\Delta K = W_{o\lambda} \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\tau} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1u_1^2 - \frac{1}{2}m_1u_0^2 = -Td \Leftrightarrow m_1u_1^2 - m_1u_0^2 = -2Td \Leftrightarrow$$
$$u_o^2 = \frac{2Td + m_1u_1^2}{m_1} \quad \mathbf{(1)}$$

Αλλά επειδή

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N - m_1 g = 0 \Leftrightarrow N = m_1 g$$

Άρα

$$T = \mu \cdot N \Leftrightarrow T = \mu \cdot m_1 \cdot g \Leftrightarrow T = 0{,}5 \cdot m_1 \cdot 10 \Leftrightarrow T = 5m_1$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (1) έχουμε:

$$u_0^2 = \frac{2 \cdot 5 \cdot m_1 \cdot 1 + m_1 \cdot \left(3\sqrt{10}\right)^2}{m_1} \Leftrightarrow u_o = \sqrt{10 + 9 \cdot 10} \Leftrightarrow u_o = \sqrt{100} \Leftrightarrow \boldsymbol{u_0 = 10\ m/s}$$

Γ2.

$$\frac{\Delta K_1}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \frac{K_{1,\tau\varepsilon\lambda} - K_{1,\alpha\rho\chi}}{K_{1,\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \left(\frac{K_{1,\tau\varepsilon\lambda}}{K_{1,\alpha\rho\chi}} - 1\right) \cdot 100\% =$$
$$= \left(\frac{\frac{1}{2}m_1 u_1'^2}{\frac{1}{2}m_1 u_1^2} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{10}{90} - 1\right) \cdot 100\% = \frac{8}{9} \cdot 100\% = 88{,}88\% \approx \mathbf{88{,}9\%}$$

Γ3. Το σώμα Σ_1 θα χρειαστεί χρόνο t_1 να πάει από τη θέση Α στη θέση Γ και εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω της τριβής.

Από το 2^o Νόμο Newton

$$\Sigma F = m_1 \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{\Sigma F}{m_1} \Leftrightarrow a = \frac{T}{m_1} \Leftrightarrow a = \frac{5m_1}{m_1} \Leftrightarrow a = 5\ m/s^2$$

Οπότε από την εξίσωση της ταχύτητας

$$u_1 = u_0 - at_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{u_0 - u_1}{a} \Leftrightarrow t_1 = \frac{10 - 2\sqrt{10}}{5} \Leftrightarrow t_1 = \frac{10 - 3 \cdot 3{,}2}{5} = \frac{0{,}4}{5} \Leftrightarrow t_1 = 0{,}08\ s$$

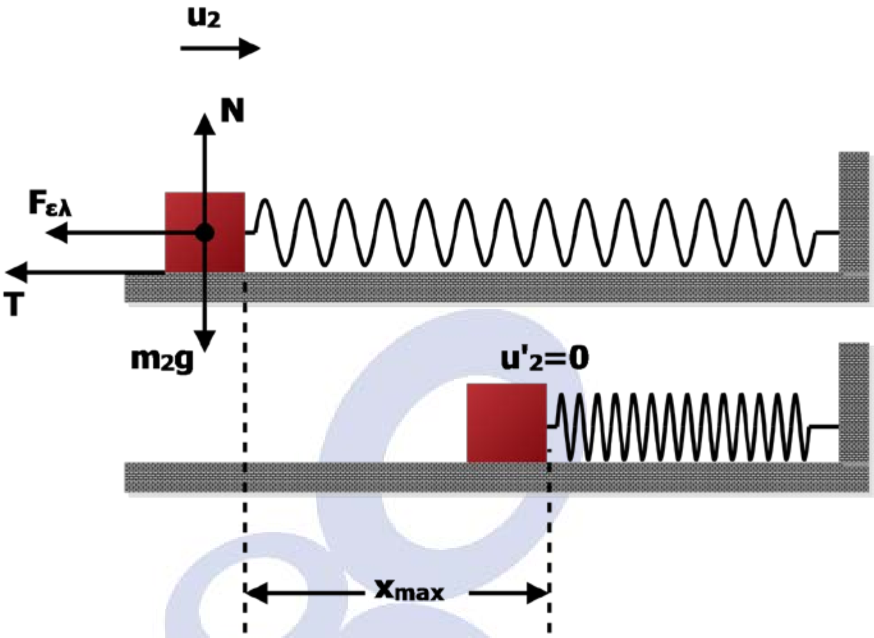
Στην συνέχεια μετά την κρούση το Σ_1 κάνει επιβραδυνόμενη με $\alpha = 5\ m/s^2$ μέχρι να σταματήσει.

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = 0 \Leftrightarrow 0 = u_1' - at_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{u_1'}{a} \Leftrightarrow t_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{3{,}2}{5} \Leftrightarrow t_2 = 0{,}64\ s$$

Επομένως ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος είναι

$$t_{o\lambda} = t_1 + t_2 \Leftrightarrow t_{o\lambda} = 0{,}08 + 0{,}64 \Leftrightarrow \boldsymbol{t_{o\lambda} = 0{,}72\ s}$$

Γ4.



Μετά την κρούση το m_2 θα αποκτήσει ταχύτητα

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \Leftrightarrow u_2 = \frac{2m_1}{3m_1} \cdot 3\sqrt{10} \Leftrightarrow u_2 = 2\sqrt{10}\, m/s$$

όταν το Σ_2 θα σταματήσει στιγμιαία η κινητική του ενέργεια θα έχει μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια ελατηρίου και σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής.

Άρα

$$K_2 = u_{\varepsilon\lambda} + W_T \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} K x_{max}^2 + T x_{max} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(2\sqrt{10}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 105 \cdot x_{max}^2 + 5 x_{max} \Leftrightarrow$$

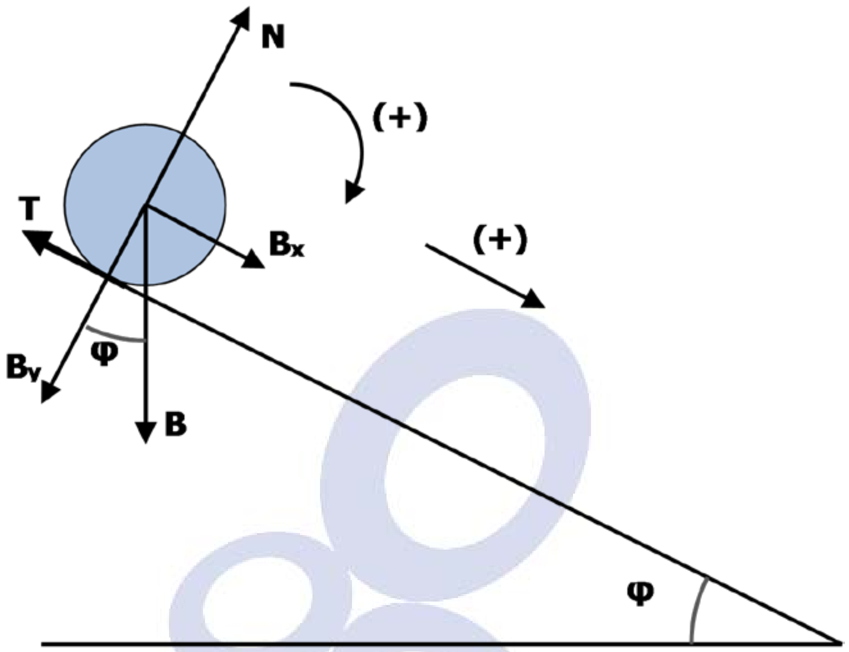
$$105 \cdot x_{max}^2 + 10 \cdot x_{max} - 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_{max} = -\dfrac{140}{210} < 0, \quad \textit{απορρίπτεται} \\ \text{ή} \\ x_{max} = \dfrac{4}{7}\ m, \quad \textit{δεκτή} \end{cases}$$

Άρα η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου είναι

$$x_{max} = \frac{4}{7}\ m$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi$$
$$B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\Sigma\tau = I \cdot a_\gamma \Leftrightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot a_\gamma \Leftrightarrow T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot a_{cm}$$

$$\Sigma F = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow B_x - T = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow B \cdot \eta\mu\varphi - \frac{1}{2} \cdot M \cdot \alpha_{cm} = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow$$

$$M \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{2} \cdot M \cdot \alpha_{cm} \Leftrightarrow \boxed{a_{cm} = \frac{2}{3} \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}$$

Δ2.

$$I_{\kappa\upsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$
$$I'_{\kappa\upsilon\lambda} = I_{\kappa\upsilon\lambda} - I_{\tau\rho\upsilon\pi}$$
$$I_{\tau\rho\upsilon\pi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$

$$\left.\begin{matrix} \rho = \dfrac{M}{V} \\ \rho = \dfrac{m}{V_{\tau\rho}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{M}{V_{\kappa\upsilon\lambda}} = \frac{m}{V_{\tau\rho}} \Leftrightarrow \frac{M}{\pi R^2 h} = \frac{m}{\pi r^2 h} \Leftrightarrow \boxed{m = \frac{Mr^2}{R^2}}$$

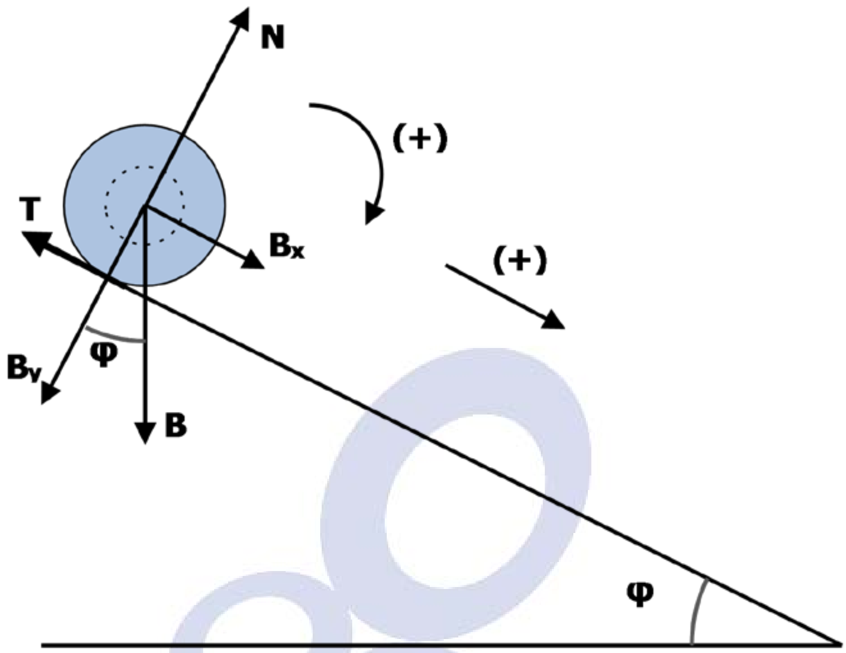
Άρα

$$I_{\tau\rho\upsilon\pi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{R^2} \cdot r^4$$

Οπότε

$$I'_{\kappa\upsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{R^2} \cdot r^4 \Leftrightarrow I'_{\kappa\upsilon\lambda} = \frac{1}{2} MR^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$$

Δ3.



$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi$$
$$B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\Sigma\tau = I'_\kappa \cdot \alpha_\gamma \Leftrightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \cdot \alpha_\gamma \Leftrightarrow T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \cdot a_{cm} \quad (\mathbf{1})$$

$$\Sigma F = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow B_x - T = M \cdot a_{cm} \quad (\mathbf{2})$$

Από (1), (2)

$$M \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - \frac{1}{2} \cdot M \cdot \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \cdot a_{cm} = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow$$
$$a_{cm}\left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\right] = g \cdot \eta\mu\varphi \Leftrightarrow a_{cm}\left[\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4}\right] = g \cdot \eta\mu\varphi \Leftrightarrow$$
$$a_{cm} = \frac{g \cdot \eta\mu\varphi}{\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4}} = \frac{2g \cdot \eta\mu\varphi}{3 - \frac{r^4}{R^4}}$$

Δ4.

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau}}{K_{\pi\varepsilon\rho}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2}{\frac{1}{2} \cdot I'_k \cdot \omega^2}$$

Για $r = \frac{R}{2}$

$$I'_k = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \left(1 - \frac{\frac{R^4}{16}}{R^4}\right) \Leftrightarrow I'_k = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \left(1 - \frac{1}{16}\right) = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \frac{15}{16} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{I'_k = \frac{15}{32} \cdot M \cdot R^2}$$

Άρα

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau}}{K_{\pi\varepsilon\rho}} = \frac{\frac{1}{2} M u^2}{\frac{1}{2} \cdot \frac{15}{32} \cdot M \cdot R^2 \cdot \omega^2} = \frac{32}{15}$$