ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σελίδα 96

Α2. Θεωρία σελίδα 22

Α3. Θεωρία σελίδα 150-151

Α4. Λ – Λ – Σ – Λ – Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έστω ότι ο βαθμός στο έβδομο μάθημα είναι το 18, τότε διατάσσοντας τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά έχουμε 13, 14, 14, 16, 18, 18, 19 και η διάμεσος θα είναι $\delta = 16$, ενώ η μέση τιμή θα είναι

$\bar{x} = \dfrac{13+14+14+16+18+18+19}{7} = 16$ που είναι δεκτό.

Έστω ότι ο βαθμός στο έβδομο μάθημα είναι 19 τότε οι βαθμοί θα είναι

13, 14, 14, 16, 18, 19, 19 και η διάμεσος αυτών $\delta = 16$ ενώ η μέση τιμή θα είναι $\bar{x} = \dfrac{13+14+14+16+18+19+19}{7} > 16$. Απορρίπτεται

Έστω ότι ο βαθμός στο έβδομο μάθημα είναι 20, τότε οι βαθμοί θα είναι 13, 14, 14, 16, 18, 19, 20 με διάμεσο $\delta = 16$ και μέση τιμή $\bar{x} = \dfrac{13+14+14+16+18+19+20}{7} > 16$. Απορρίπτεται. Άρα ο βαθμός στο έβδομο μάθημα θα είναι 18.

Β2. Έχουμε ότι $A = \{16,18,18,19\}$ και $B = \{18,18,19\}$. Ακόμα $B \cup X = A$ με την μέγιστη τιμή του ενδεχομένου X να είναι $\max X = \{16,18,18,19\} = A$ και

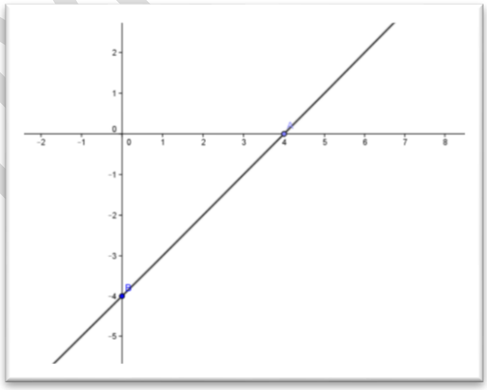
$\max P(x) = P(A) = \frac{4}{7}$. Η ελάχιστη τιμή του ενδεχομένου X είναι $\min X = \{16\}$ και η ελάχιστη τιμή της πιθανότητας του ενδεχομένου X είναι $\min P(x) = \frac{1}{7}$.

Β3. Αφού $y_i = x_i + \alpha$ έχουμε ότι $\bar{y} = \bar{x} + \alpha \Leftrightarrow \bar{y} = 16 + \alpha$ και

$$s_y = s_x = \frac{1}{7} \cdot \sum_{i=1}^{7} \left(t_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{34}{7}$$

Επομένως $Cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\frac{34}{7}}{(16+\alpha)} = \frac{34}{7 \cdot (16+\alpha)}$.

Ακόμα $Cv = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{34}{7 \cdot (16+\alpha)} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \alpha = 1$



Β4. Πρέπει $f'(x) = \alpha \Leftrightarrow 2x - 3 = 1 \Leftrightarrow x = 2$. Η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $(2, f(2))$ όπου $f(2) = -2$ είναι $y - f(2) = f'(2) \cdot (x-2) \Leftrightarrow y = x - 4$. Η ευθεία $y = x - 4$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(4,0)$ και τον $y'y$ στο σημείο $B(0,-4)$. Έχουμε ότι $E = (OAB) = \frac{1}{2}(OA)(OB) = 8$ $\tau.\mu.$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Θεωρούμε κλάσεις ίσου πλάτους c της μορφής $[\alpha, \alpha + c), [\alpha + c, \alpha + 2c), [\alpha + 2c, \alpha + 3c), [\alpha + 3c, \alpha + 4c)$, όπου $\alpha = 10$ και

$$\frac{\alpha + c + \alpha + 2c}{2} = 25 \Leftrightarrow 2\alpha + 3c = 50 \overset{\alpha=10}{\Longleftrightarrow} 20 + 3c = 50 \Leftrightarrow c = 10.$$

Γ2. Αφού $\delta = 35$ έχουμε ότι $f_1 + f_2 + \frac{f_3}{2} = \frac{f_3}{2} + f_4 \Leftrightarrow f_1 + f_2 = f_4 \, (1)$

Ακόμα $\frac{f_3}{f_4} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow f_3 = \frac{4}{3} f_4 \, (2)$

Τέλος $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1 \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Leftrightarrow}} f_4 + \frac{4}{3} f_4 + f_4 = 1 \Leftrightarrow f_4 = 0{,}3$

Άρα $(2) \Rightarrow f_3 = \frac{4}{3} \cdot 0{,}3 = 0{,}4$ και $f_1 + f_2 + 0{,}4 + 0{,}3 = 1 \Leftrightarrow f_2 = 0{,}3 - f_1 \, (3)$

Ακόμα

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot f_i \Leftrightarrow 34 = 15f_1 + 25f_2 + 35 \cdot 0{,}4 + 45 \cdot 0{,}3$$

$$\overset{(2)}{\Leftrightarrow} 34 = 15f_1 + 25 \cdot (0{,}3 - f_1) + 14 + 13{,}5 \Leftrightarrow f_1 = 0{,}1.$$

$(3) \Rightarrow f_2 = 0{,}2$. Επομένως έχουμε

Κλάσεις	x_i	f_i
$[10,20)$	15	0,1
$[20,30)$	25	0,2
$[30,40)$	35	0,4
$[40,50)$	45	0,3
Σύνολο	-	1

Γ3. Έχουμε ότι $\bar{x} = \frac{x_2 \cdot \nu_2 + x_3 \cdot \nu_3}{\nu_2 + \nu_3} = \frac{25f_2 \cdot \nu + 35f_3 \cdot \nu}{f_2 \cdot \nu + f_3 \cdot \nu} = \frac{25f_2 + 35f_3}{f_2 + f_3} =$

$$= \frac{25 \cdot 0{,}2 + 35 \cdot 0{,}4}{0{,}2 + 0{,}4} = \frac{19}{0{,}6} = \frac{95}{3}$$

Γ4. $\nu_3 + \nu_4 = 140 \Leftrightarrow \frac{\nu_3}{\nu} + \frac{\nu_4}{\nu} = \frac{140}{\nu} \Leftrightarrow f_3 + f_4 = \frac{140}{\nu} \Leftrightarrow 0{,}7 = \frac{140}{\nu} \Leftrightarrow \nu = 200$

Επομένως $f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} \Leftrightarrow 0{,}1 = \frac{\nu_1}{200} \Leftrightarrow \nu_1 = 20$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε ότι $f'(x)=\nu^2+\dfrac{2}{x^2}>0$ για κάθε $x\in[1,+\infty)$, άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[1,+\infty)$.

Δ2. Για $x\geq 1$ έχουμε $f(x)\geq f(1)\Leftrightarrow \nu^2 x-\dfrac{2}{x}\geq \nu^2-2\overset{x>0}{\Leftrightarrow}$

$\overset{x>0}{\Leftrightarrow}\nu^2x^2-2\geq \nu^2 x-2x\Leftrightarrow \nu^2x^2-\nu^2x+2x\geq 2\Leftrightarrow \Leftrightarrow x\cdot\left[\nu^2\cdot(x-1)+2\right]\geq 2$

Δ3. Ισχύει ότι $\nu^2\cdot(2P(A))-\dfrac{1}{P(A)}=\dfrac{3\nu^2}{2}-\dfrac{4}{3}\Leftrightarrow f(2P(A))=f\left(\dfrac{3}{2}\right)$ και αφού η f είναι γνησίως αύξουσα θα έχουμε ότι $2P(A)=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow P(A)=\dfrac{3}{4}$.

Δ4. Έχουμε ότι $P(A'\cup B)=P(A')+P(B)-P(A'\cap B)=$

$=1-P(A)+P(B)-(P(B)-P(A\cap B))==1-P(A)+P(A\cap B)=$

$=1-\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{12}$.

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ