ΑΓ.ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ 11 -- ΠΕΙΡΑΙΑΣ -- 18532 -- ΤΗΛ. 210-4224752, 4223687

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ.22

Α2. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 86

Α3. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 150-151

Α4. Λ-Σ-Σ-Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Οι 5 κλάσεις θα είναι της μορφής
$[5,5+c),[5+c,5+2c),[5+2c,5+3c),[5+3c,5+4c),[5+4c,5+5c)$, όπου

$$x_2=\frac{5+c+5+2c}{2}\Leftrightarrow 20=\frac{10+3c}{2}\Leftrightarrow 40=10+3c\Leftrightarrow 3c=30\Leftrightarrow c=10$$

Β2.

$v_1+v_2+v_3+v_4+v_5=v \Leftrightarrow 2α+4+4β+40+20+10=100 \Leftrightarrow 2\cdot α + 4β =26 \Leftrightarrow α+2β=13$ (1)

$v_2=2v_1 \Leftrightarrow 4β=2 \cdot (2α+4) \Leftrightarrow 4β=4α+8 \Leftrightarrow β=α+2$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow$ α=3 και β=5

Β3. $v_1=2a+4=10$ και $v_2=4\beta=20$. Επομένως

Κλάσεις $[\ldots,\ldots)$	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$x_i\cdot v_i$
5-15	10	10	0,1	10	0,1	100
15-25	20	20	0,2	30	0,3	400
25-35	30	40	0,4	70	0,7	1200
35-45	40	20	0,2	90	0,9	800
45-55	50	10	0,1	100	1	500
Σύνολο	-	100	1	-	-	3000

B4. $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot v_i}{v} = \dfrac{3000}{100} = 30$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έστω x τα αγόρια και y τα κορίτσια, τότε από τα αγόρια $\frac{1}{4}\cdot x$ γνωρίζει Γαλλικά και τα $\frac{3}{4}\cdot x$ δεν γνωρίζουν Γαλλικά, ενώ για τα κορίτσια έχω $\frac{2}{5}\cdot y$ γνωρίζει Γαλλικά ενώ τα $\frac{3}{5}\cdot y$ δεν γνωρίζει Γαλλικά. Ακόμα $x+y=40\ (1)$.

Ισχύει ότι $\dfrac{\frac{3}{5}\cdot y}{x+y} = \dfrac{3}{10} \Leftrightarrow \dfrac{\frac{3}{5}\cdot y}{40} = \dfrac{3}{10} \Leftrightarrow \dfrac{3}{5}\cdot y = 12 \Leftrightarrow 3y = 60 \Leftrightarrow y = 20$

$(1) \Rightarrow x = 20$

Γ2. $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{\frac{3}{4}\cdot x}{40} = \dfrac{\frac{3}{4}\cdot 20}{40} = \dfrac{3}{8}$

Γ3.

$$s^2 = \frac{1}{v}\cdot\sum_{i=1}^{40}(x_i-\bar{x})^2 \Leftrightarrow s^2 = \frac{1}{40}\left[\sum_{i=1}^{39}(x_i-\bar{x})^2 + (x_{40}-8)^2\right] \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{40}\cdot\left[79+(x_{40}-8)^2\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 79+(x_{40}-8)^2 = 80 \Leftrightarrow (x_{40}-8)^2 = 1 \Leftrightarrow |x_{40}-8| = 1 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x_{40}-8=1$ ή $\Leftrightarrow x_{40}-8=-1$.

Αν $x_{40}-8=-1 \Leftrightarrow x_{40}=7$. Απορρίπτεται αφού $x_{40}>7$

Αν $x_{40}-8=1 \Leftrightarrow x_{40}=9$.

Γ4. $f(x) = x^3 + \cancel{8}\cdot\dfrac{3}{\cancel{8}}x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

Ο συντελεστής διεύθυνσης της f είναι $f'(x)=3x^2-6x-2$ και μελετάμε ως προς τα ακρότατα την f' άρα $f''(x)=6x-6$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow 6x-6=0 \Leftrightarrow x=1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+
$f'(x)$	Γν. φθίνουσα		Γν. αύξουσα

και $f(1)=1+3-2+1=3$, επομένως το σημείο στο οποίο η εφαπτομένη της f παρουσιάζει ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης είναι το $A(1,3)$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε $D_f=(0,+\infty)$ και $f'(x)=2\ln x\cdot\frac{1}{x}-2\cdot\frac{1}{x}$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\ln x\cdot\frac{1}{x}-2\cdot\frac{1}{x}=0 \overset{x>0}{\Leftrightarrow} \ln x-1=0 \Leftrightarrow \ln x=1 \Leftrightarrow x=e$$

$$f'(x)>0 \Leftrightarrow 2\ln x\cdot\frac{1}{x}-2\cdot\frac{1}{x}>0 \overset{x>0}{\Leftrightarrow} \ln x-1>0 \Leftrightarrow \ln x>1 \Leftrightarrow x>e$$

Ομοίως $f'(x)<0 \Leftrightarrow x<e$

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	Γν. φθίνουσα		Γν. αύξουσα

Η f είναι γν. φθίνουσα στο $(0,e]$ και γν. αύξουσα στο $[e,+\infty)$. Παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x=e$ το $f(e)=\ln^2 e-2\ln e+\lambda^2-2\lambda+4=\lambda^2-2\lambda+3$.

Δ2. Αφού f γν. αύξουσα στο $[e,+\infty)$ έχω

$$e<4<8<16 \Rightarrow f(e)<f(4)<f(8)<f(16)$$

Επομένως $R=f(16)-f(e) \Leftrightarrow R=\ln^2 16-2\ln 16+\lambda^2-2\lambda+4-\lambda^2+2\lambda-3 \Leftrightarrow$

$$R=\ln^2\left(2^4\right)-2\cdot\ln\left(2^4\right)+1 \Leftrightarrow R=16\ln^2 2-8\ln 2+1$$

$$\delta=\frac{f(4)+f(8)}{2}=\frac{\ln^2 4-2\ln 4+\lambda^2-2\lambda+4+\ln^2 8-2\ln 8+\lambda^2-2\lambda+4}{2}=$$

$$=\frac{4\ln^2 2-4\ln 2+2\lambda^2-4\lambda+8+9\ln^2 2-6\ln 2}{2}=\frac{13\ln^2 2-10\ln 2+2\lambda^2-4\lambda+8}{2}$$

Δ3. $$e^{\frac{3}{2}\ln^2 2+\ln 2-3\lambda+\frac{5}{2}-\frac{16\ln^2 2-8\ln 2+1-\cancel{2}\cdot\frac{13\ln^2 2-10\ln 2+2\lambda^2-4\lambda+8}{\cancel{2}}}{2}}=e^{2\lambda\cdot(\lambda-2)^2} \Leftrightarrow$$

$$e^{\frac{3}{2}\ln^2 2+\ln 2-3\lambda+\frac{5}{2}-\frac{16\ln^2 2-8\ln 2+1-13\ln^2 2+10\ln 2-2\lambda^2+4\lambda-8}{2}}=e^{2\lambda\cdot(\lambda-2)^2} \Leftrightarrow$$

$$e^{\frac{3}{2}\ln^2 2+\ln 2-3\lambda+\frac{5}{2}-\frac{3}{2}\ln^2 2-\ln 2-\frac{1}{2}+\lambda^2-2\lambda+4}=e^{2\lambda\cdot(\lambda-2)^2} \Leftrightarrow e^{\lambda^2-5\lambda+6}=e^{2\lambda\cdot(\lambda-2)^2} \Leftrightarrow$$
$$(\lambda-2)\cdot(\lambda-3)=2\lambda\cdot(\lambda-2)^2 \Leftrightarrow$$
$$(\lambda-2)\left[\lambda-3-2\lambda\cdot(\lambda-2)\right]=0 \Leftrightarrow (\lambda-2)\cdot\left(-2\lambda^2+5\lambda-3\right)=0$$

$\lambda-2=0 \Leftrightarrow \lambda=2$ ή $2\lambda^2-5\lambda+3=0 \Rightarrow \lambda=\frac{3}{2}$ ή $\lambda=1$

Δ4. Θεωρούμε $\lambda_1=1$, $\lambda_2=\frac{3}{2}$ και $\lambda_3=2$, αφού $\lambda_1<\lambda_2<\lambda_3$

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i v_i}{\sum_{i=1}^{n}v_i} \Leftrightarrow \bar{x}=\frac{\lambda_1\cdot v_1+\lambda_2\cdot v_2+\lambda_3\cdot v_3}{v_1+v_2+v_3} \Leftrightarrow \bar{x}=\frac{5+9+14}{18} \Leftrightarrow \bar{x}=\frac{14}{9}$$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ