

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. Θεωρία σελίδα 9  
A2. Θεωρία σελίδα 13  
A3. Θεωρία σελίδα 14  
A4. (α)  $\wedge$  (β)  $\wedge$  (γ)  $\wedge$  (δ)  $\wedge$  (ε)  $\wedge$

**ΘΕΜΑ Β**

- B1. Πρέπει  $x > 0$  επομένως  $A = (0, +\infty)$   
B2. Έχουμε  $f(1) = 1 \Leftrightarrow \alpha \ln 1 - \beta = 1 \Leftrightarrow \beta = -1$  και  
 $f(e) = e + 1 \Leftrightarrow \alpha \ln e - \beta e^2 = e^2 + 1 \Leftrightarrow \alpha + e^2 = e^2 + 1 \Leftrightarrow \alpha = 1$   
B3.  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \ln x + x^x = x^x \Leftrightarrow \ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

**ΘΕΜΑ Γ**

- Γ1.  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x-1)^2 = x^2 - 4x + 7 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = x^2 - 4x + 7 \Leftrightarrow$   
 $2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$  και  $f(3) = (3-1)^2 = 4$ . Άρα το σημείο είναι το  $A(3,4)$ .  
Γ2.  $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$  και  $f(1) = 0$  άρα  $B(1,0)$   
Γ3. Πρέπει  $3x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$  και  $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ . Επομένως  $D_H = (1, +\infty)$   
Γ4.  $\Phi(x) = \frac{x-4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3x-3}}{x-4} \Leftrightarrow \Phi(x) = \frac{\cancel{x-4}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{x-1}}{\cancel{x-4}} = \sqrt{x-1}$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}}{\cancel{h} \cdot (\sqrt{1+h} + 1)} = \frac{1}{2}$$

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - (x-1)^2}{(x-3) \cdot (x^2 + 3x + 9) \cdot [\sqrt{x+1} + (x-1)]} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1 - x^2 + 2x - 1}{(x-3) \cdot (x^2 + 3x + 9) \cdot [\sqrt{x+1} + (x-1)]} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x \cdot \cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)} \cdot (x^2 + 3x + 9) \cdot [\sqrt{x+1} + (x-1)]} = \frac{-3}{27 \cdot (2+2)} = -\frac{1}{36} \end{aligned}$$

Δ2. Έχουμε  $-\frac{1}{36} = -\frac{1}{\alpha^2} \Leftrightarrow \alpha = 6$   $\alpha > 0$

Δ3. Στο ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε ότι η περίμετρος του είναι  $\Pi = 3ΑΓ = 3 \cdot \frac{x-\alpha}{3} = x-\alpha$  επομένως  $g(x) = x-6$

Δ4. Έχουμε ότι  $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = 6 \Leftrightarrow \kappa = 6$  και

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{6}}{x-6} \stackrel{\sqrt[3]{x}=y}{=} \lim_{y \rightarrow \sqrt[3]{6}} \frac{y - \sqrt[3]{6}}{y^3 - 6} = \lim_{y \rightarrow \sqrt[3]{6}} \frac{\cancel{(y - \sqrt[3]{6})}}{\cancel{(y - \sqrt[3]{6})} \cdot (y^2 + y\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{6}^2)} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{36}}$$

**ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ**  
**ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ**