

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να διατυπώσετε τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας.

A2. Να διατυπώσετε τον νόμο των μεγάλων αριθμών.

A3. Αν A, B ασυμβίβαστα ενδεχόμενα να δείξετε ότι

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

A) Η ρίψη ενός ζαριού είναι αιτιοκρατικό πείραμα

B) Ισχύει ότι για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A και A' ισχύει ότι

$$P(A) + P(A') = 1$$

Γ) Ισχύει ότι $A \cup B \supseteq A \Rightarrow P(A \cup B) \geq P(A)$

Δ) Βέβαιο ενδεχόμενο είναι το ενδεχόμενο που πραγματοποιείται πάντα.

Ε) Ισχύει ότι $P(A - B) = P(A) - P(B)$

ΘΕΜΑ Β

Σε ένα Λύκειο στην Α' τάξη το 70% των αγοριών επέλεξε να παίξει μπάσκετ και το 60% των κοριτσιών επέλεξε να μην παίξει μπάσκετ. Αν εκλέξουμε τυχαία ένα άτομο από την Α' Λυκείου η πιθανότητα να επέλεξε μπάσκετ είναι

$$\frac{1}{2}$$

B1. Να δείξετε ότι τα κορίτσια είναι διπλάσια από τα αγόρια.

B2. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα άτομο από την Α' Λυκείου να βρείτε την πιθανότητα να είναι κορίτσι και να μην επέλεξε μπάσκετ.

B3. Αν τα αγόρια που δεν επέλεξαν μπάσκετ είναι 9, να βρείτε το πλήθος των μαθητών της Α΄ Λυκείου.

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε δειγματικό χώρο $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ και συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x+1}$.

Αν $P(\omega_1) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{2x}$ και το $P(\omega_2)$ είναι ίσο με τον ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης f στο $x_0 = 3$, ενώ $P(\omega_3) = 4P(\omega_4)$

Γ1. Να βρεθούν τα $P(\omega_i)$ για $i = 1, 2, 3, 4$

Γ2. Αν $A = \{\omega_1, \omega_3\}$ και $B = \{\omega_1, \omega_2\}$ να βρεθούν τα $P(A)$, $P(B)$, $P(A-B)$

Γ3. Θεωρούμε ενδεχόμενο X τέτοιο ώστε $X \cap (A-B) = \emptyset$ και $X \cup (A-B) = \Omega$. Να βρεθεί η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο X , $P(X)$.

Γ4. Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα Γ και X με $P(\Gamma) = \frac{3}{5}$ είναι ασυμβίβαστα.

ΘΕΜΑ Δ

Από τους μαθητές της Α΄ τάξης ενός Λυκείου επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Αν v φυσικός αριθμός με $v \geq 3$ τότε η πιθανότητα του ενδεχομένου ο μαθητής να μαθαίνει:

- Αγγλικά είναι $P(A) = \frac{3v-1}{v^2+1}$
- Γαλλικά είναι $P(\Gamma) = \frac{2v-1}{v^2+1}$
- Και τις δύο παραπάνω γλώσσες είναι $\frac{v+1}{v^2+1}$

$$\text{Ακόμα } P(A \cup \Gamma) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{54 - 27\sqrt{x^2 - 5}}{15x^2 - 5x^3}$$

Δ1. Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να μαθαίνει τουλάχιστον μία γλώσσα.

Δ2. Να δείξετε ότι $\nu = 3$

Δ3. Να βρεθεί η πιθανότητα ο μαθητής να μαθαίνει ακριβώς μία από τις παραπάνω γλώσσες.

Δ4. Αν 40 μαθητές μαθαίνουν και τις δύο γλώσσες, να βρείτε πόσοι είναι οι μαθητές της Α΄ Λυκείου.

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ
ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ

ΟΡΟΣΗΜΟ