

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1.

A-γ

B-α

Γ-δ

Δ-δ

Ε: α-Λ, β-Σ, γ-Λ, δ-Λ, ε-Λ

ΘΕΜΑ 2.

A. Σωστό είναι το β.

$$\text{Κυκλικός δίσκος: } I_1 = \frac{1}{2}MR^2, \quad L_1 = I_1 \cdot \omega_1, \quad u_{cm_1} = \omega_1 \cdot R, \quad P_1 = M \cdot u_{cm_1}$$

$$\text{Κυκλικός δακτύλιος: } I_2 = MR^2, \quad L_2 = I_2 \cdot \omega_2, \quad u_{cm_2} = \omega_2 \cdot R, \quad P_2 = M \cdot u_{cm_2}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\frac{1}{2}MR^2 \cdot \omega_1}{MR^2 \cdot \omega_2} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\omega_1}{2\omega_2}. \quad \text{Όμως } L_1 = L_2 \text{ άρα}$$

$$\omega_1 = 2\omega_2 \Rightarrow \omega_1 R = 2\omega_2 R \Rightarrow u_{cm_1} = 2u_{cm_2} \Rightarrow Mu_{cm_1} = 2Mu_{cm_2} \Rightarrow P_1 = 2P_2$$

B. Σωστό είναι το γ.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0.2\eta\mu(10t)(S.I) \\ x_1 = A_1\eta\mu(\omega t + \varphi_{o1}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_1 = 0,2m \\ \omega = 10 \frac{rad}{s} \\ \varphi_{o1} = 0 \end{array} \right\} \text{ και}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = A_2\eta\mu(10t)(S.I) \\ x_2 = A_2\eta\mu(\omega t + \varphi_{o2}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega = 10 \frac{rad}{s} \\ \varphi_{o2} = \pi rad \end{array} \right\} \text{ άρα}$$

$$A = |A_2 - A_1| \text{ κι επειδή } A_2 > A_1 \text{ έχουμε } A = A_2 - A_1 (1)$$

$$\text{Όμως } E_T = \frac{1}{2} D A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_T}{D}} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_T}{m\omega^2}} \Rightarrow A = 0,1m$$

$$(1) \Rightarrow A_2 = A + A_1 \Rightarrow A = 0.3m.$$

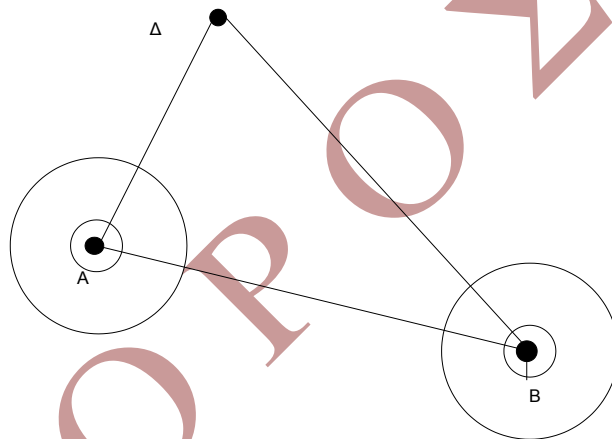
Γ. Σωστό είναι το α.

$$\text{Όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή: } f_A = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} - u_s} f_s \quad (1)$$

$$\text{Όταν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή: } f_{A'} = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} + u_s} f_s \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{f_A}{f_{A'}} = \frac{u_{\eta\chi} + u_s}{u_{\eta\chi} - u_s} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{u_{\eta\chi} + u_s}{u_{\eta\chi} - u_s} \Rightarrow 6u_{\eta\chi} - 6u_s = 5u_{\eta\chi} + 5u_s \Rightarrow u_{\eta\chi} = 11u_s \Rightarrow u_s = 30 \frac{m}{s}$$

.



$$t_2 = \frac{(B\Delta)}{u} \Rightarrow t_2 = 2,5 \text{ sec.}$$

ΘΕΜΑ 3.

α. Γνωρίζουμε ότι $f = 2\text{Hz}$ και $u = 10 \frac{m}{s}$ άρα

$$u = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{u}{f} \Rightarrow \lambda = 5m.$$

Ο χρόνος που χρειάζεται το κύμα από την πηγή Α για να φθάσει στο σημείο Δ είναι $t_1 = \frac{(A\Delta)}{u} \Rightarrow t_1 = 1,5 \text{ sec}$ ενώ από την πηγή Β είναι

β.

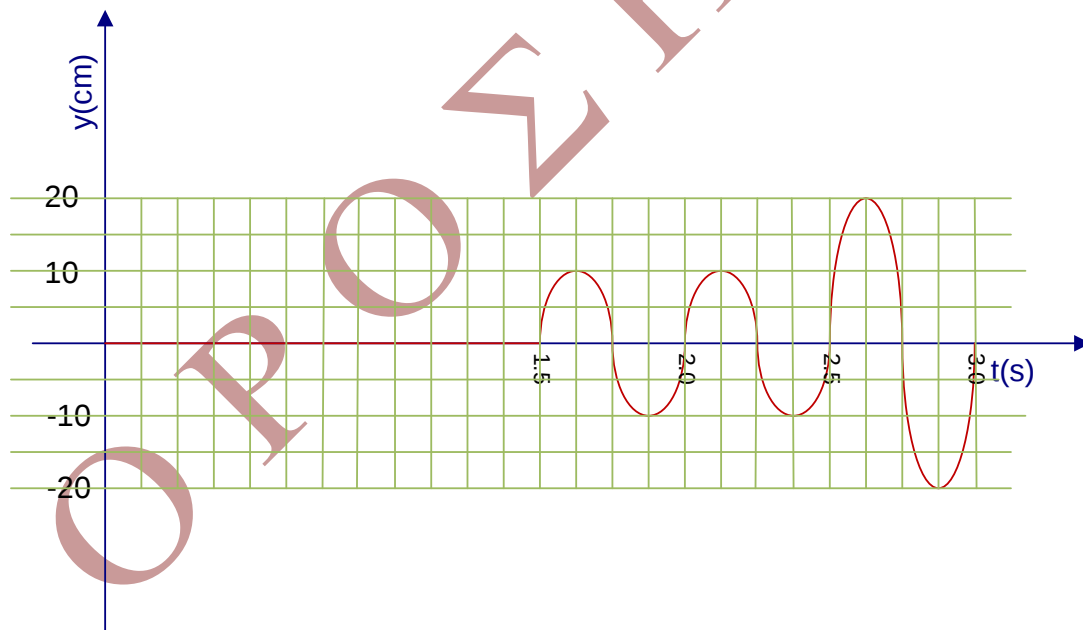
- Για χρόνο $0 \leq t < t_1$ το υλικό σημείο Δ παραμένει ακίνητο.

- Για χρόνο $t_1 \leq t < t_2$ το υλικό σημείο Δ εκτελεί ταλάντωση λόγω του κύματος από την πηγή Α με εξίσωση $y = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{(A\Delta)}{\lambda}\right)\right]$
- Για χρόνο $t \geq t_2$ στο υλικό σημείο Δ συμβάλλουν και τα δύο κύματα οπότε αυτό εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση $y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{\lambda}[(A\Delta) - (B\Delta)]\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{(A\Delta) + (B\Delta)}{2\lambda}\right)\right]$

Για $A\Delta = 15m$, $B\Delta = 25m$, $\lambda = 5m$, $T = \frac{1}{f} = 0.5\text{sec}$ έχουμε:

$$y = \begin{cases} 0, & \text{για } 0 \leq t < 1.5\text{sec} \\ 10\eta\mu[2\pi(2t - 3)], & \text{για } 1.5 \leq t < 2.5\text{sec} \quad (\gamma \text{ σε cm, } t \text{ σε s}) \\ 20\eta\mu[2\pi(2t - 4)], & \text{για } t \geq 2.5\text{sec} \end{cases}$$

γ.



δ. Θέλουμε $y = \pm 10\text{cm}$.

Όπως φαίνεται κι από τη γραφική παράσταση οι 4 πρώτες χρονικές στιγμές όπου $y = \pm 10\text{cm}$ είναι:

$$t_1 = 1.5\text{sec} + \frac{T}{4} = 1.5\text{sec} + \frac{0.5}{4}\text{sec} \Rightarrow t_1 = 0.625\text{sec}$$

$$t_2 = 1.5\text{sec} + \frac{3T}{4} = 1.5\text{sec} + \frac{1.5}{4}\text{sec} \Rightarrow t_2 = 1.875\text{sec}$$

$$t_3 = 1.5\text{sec} + \frac{5T}{4} = 1.5\text{sec} + \frac{2.5}{4}\text{sec} \Rightarrow t_3 = 2.125\text{sec}$$

$$t_4 = 1.5\text{sec} + \frac{7T}{4} = 1.5\text{sec} + \frac{3.5}{4}\text{sec} \Rightarrow t_4 = 2.375\text{sec}$$

Για να βρούμε την t_5 θα πρέπει να λύσουμε την $y = 20\eta\mu[2\pi(2t-4)]$ για $t \geq 2.5\text{sec}$ ως προς t και να κρατήσουμε τη μικρότερη δυνατή τιμή.

Για $y=10\text{cm}$ έχουμε:

$$\frac{1}{2} = \eta\mu(4\pi t - 8\pi) \Rightarrow \eta\mu(4\pi t - 8\pi) = \eta\mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\left\{ 4\pi t - 8\pi = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad 4\pi t - 8\pi = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \mu\epsilon \quad k=0,1,2,\dots \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{ t = \frac{k}{2} + \frac{49}{24} \quad (1) \quad \text{ή} \quad t = \frac{k}{2} + \frac{53}{24} \quad (2) \quad \mu\epsilon \quad k=0,1,2,\dots \right\}$$

Για $k=1$ η (1) δίνει $t_5 = \frac{61}{25}\text{sec} > 2.5\text{sec}$.

ε.



Έστω σημείο Κ όπου έχουμε απόσβεση, τότε θα ισχύει:

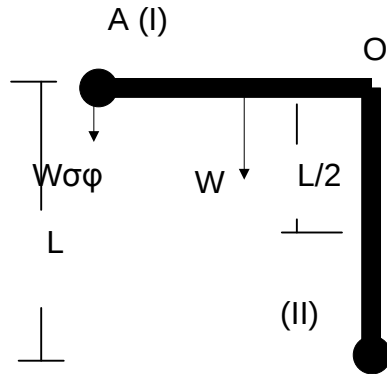
$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \quad \mu\epsilon \quad N=0,\pm 1,\pm 2,\dots \text{ άρα}$$

$$(AK) - (KB) = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow (AK) - [d - (AK)] = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$(AK) = \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \quad \text{όμως} \quad 0 < (AK) < d \Rightarrow 0 < \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} < d \Rightarrow$$

$$0 < \frac{18}{2} + (2N+1)\frac{5}{4} < 18 \Rightarrow \frac{-41}{10} < N < \frac{31}{10} \text{ άρα } N = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \text{ άρα έχουμε 8 σημεία απόσβεσης.}$$

ΘΕΜΑ 4.



Δοκός: $I_p(o) = I_{cm} + M \left(\frac{L}{2} \right)^2 \Rightarrow$

$$I_p(o) = \frac{1}{12} ML^2 + \frac{1}{4} ML^2 \Rightarrow I_p(o) = \frac{1}{3} ML^2$$

Σφαίρα: $I_{σφ}(o) = mL^2$

Σύστημα δοκός-σφαίρα:

$$I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o) = I_p(o) + I_{\sigma\phi}(o) \Rightarrow I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o) = \frac{1}{3} ML^2 + mL^2 \Rightarrow$$

$$I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o) = \left[\left(\frac{1}{3} \right) \cdot 12 \cdot 0,2^2 + 2 \cdot 0,2^2 \right] \text{Kg} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o) = 0,24 \text{Kg} \cdot \text{m}^2$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. από τη θέση (I) μέχρι τη θέση (II):

$$K_{(II)} - K_{(I)} = W_W + W_{W_{\sigma\phi}} \Rightarrow \frac{1}{2} I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o) \cdot \omega^2 = W \cdot \frac{L}{2} + W_{\sigma\phi} \cdot L \Rightarrow$$

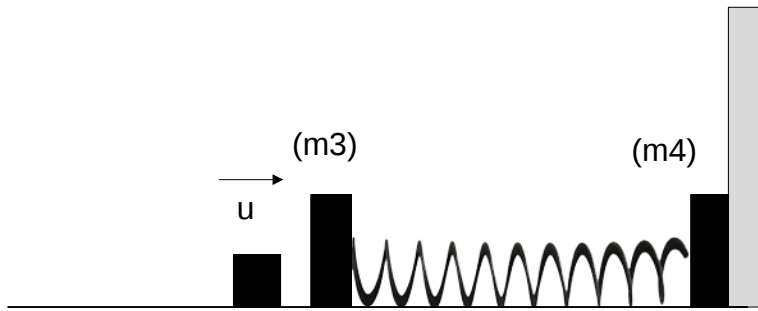
$$I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o) \cdot \omega^2 = W \cdot L + 2W_{\sigma\phi} \cdot L \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{MgL + 2mgl}{I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o)}} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{12 \cdot 10 \cdot 0,2 + 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0,2}{0,24}} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{32}{0,24}} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 11,56 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

β. Επειδή $\Sigma \tau_{\epsilon\zeta} = 0$ από αρχή διατήρησης της στροφορμής έχουμε:

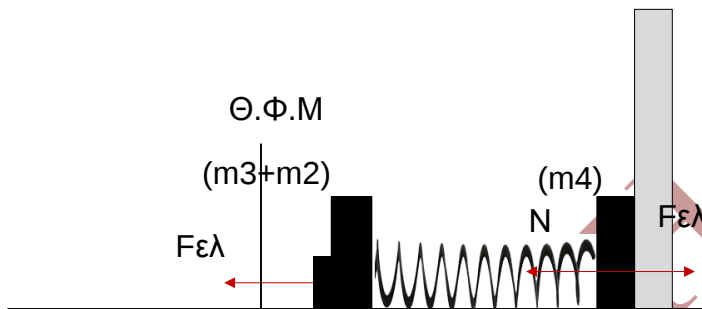
$$L_{\text{ΤΙΡΙΝ}} = L_{\text{ΜΕΤΑ}} \Rightarrow I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o) \cdot \omega = m_2 \cdot u \cdot L \Rightarrow u = \frac{I_{\Sigma\text{ΥΣΤ}}(o) \cdot \omega}{m_2 \cdot L} \Rightarrow u = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ. Για την κρούση του Σ_2 με το Σ_3 έχουμε:



$$\text{Α.Δ.Ο.: } m_2 \cdot u = (m_2 + m_3) \cdot u_{\Sigma} \Rightarrow u_{\Sigma} = \frac{m_2 \cdot u}{(m_2 + m_3)} \Rightarrow u_{\Sigma} = 3,46 \frac{m}{s}$$

δ.



Όσο το ελατήριο είναι συσπειρωμένο, το σώμα 4 στην διεύθυνση του άξονα x , δέχεται τη δύναμη του ελατηρίου $F_{ελ}$ και την αντίδραση N από τον κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα 4 θα χάσει την επαφή του με τον τοίχο, όταν το ελατήριο βρεθεί σε κατάσταση επιμήκυνσης για πρώτη φορά με κατεύθυνση προς τα αριστερά αφού μέχρι εκείνη τη στιγμή $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = N$. Η επαφή χάνεται όταν $N=0$ δηλαδή στη Θ.Φ.Μ. διότι τότε $F_{ελ}=0$.

Ο ζητούμενος χρόνος είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \text{ όπου } T = 2\pi \sqrt{\frac{m_2 + m_3}{k}} \Rightarrow T = 0.4\pi \text{ sec}$$

Άρα $\Delta t = 0.2\pi \text{ sec}$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΕΛΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ