

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β)
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΣΑΒΒΑΤΟ 27 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2024
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν η f είναι συνεχής στο Δ και $f'(x)=0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ . **(7 μον.)**

A2. Πότε μια ευθεία $y=\lambda x+\beta$ λέγεται ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f στο $+\infty$ **(4 μον.)**

A3. Πότε δύο συναρτήσεις f, g λέγονται ίσες . **(4 μον.)**

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν η f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .
2. Αν $\int_a^b f(x)dx \geq 0$, τότε κατ' ανάγκη $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [a, b]$
3. Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται «πάνω» από τη γραφική της παράσταση
4. Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f .
5. Το μεγαλύτερο από τα τοπικά μέγιστα μιας συνάρτησης είναι πάντοτε το μέγιστο αυτής. **(2x5=10 μον.)**

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=4\sqrt{e^x-2}+3$ και $g(x)=\frac{1}{x^2}+2$

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και της g . **(6 μον.)**

B2. Να βρείτε το σύνολο τιμών της f καθώς και το πλήθος των ριζών της.
(7 μον.)

B3. Να ορίσετε την f^{-1} . **(6 μον.)**

B4. Να ορίσετε την $f \circ g$. **(6 μον.)**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=e^{-x}$.

Γ1. Να βρείτε την εφαπτομένη (ϵ) της C_f που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. **(6 μον.)**

Γ2. Να βρείτε το εμβαδόν $E(a)$ του χωρίου που περικλείεται από την C_f , την (ϵ), τον άξονα $x'x$ και την ευθεία $x=a$, $a>0$. **(6 μον.)**

Γ3. Να βρείτε το $\lim_{a \rightarrow +\infty} E(a)$ **(6 μον.)**

Γ4. Αν το a ελαττώνεται με ρυθμό 3μον/sec, να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του $E(a)$ τη χρονική στιγμή που είναι $a=1$. **(7 μον.)**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f ορισμένη στο $\mathbb{R}$ με συνεχή πρώτη παράγωγο για την οποία ισχύουν οι σχέσεις :

- $f(x)+f(2-x)=0$ (I)
- $f'(x) \neq 0 \quad x \in \mathbb{R}$

Δ1. Να βρείτε την μοναδική ρίζα της εξίσωσης $f(x)=0$. **(4 μον.)**

Δ2. Να αποδείξετε ότι υπάρχει $\rho \in (0,2)$ τέτοιο ώστε $f'(\rho)=f(2)$
(4 μον.)

Δ3. Έστω η συνάρτηση $g(x)=\frac{f(x)}{f'(x)}$, $x \in \mathbb{R}$

Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της C_g , στο σημείο στο οποίο αυτή τέμνει τον άξονα $x'x$, σχηματίζει με αυτόν γωνία 45° . **(5 μον.)**

Δ4. (α) να αποδείξετε ότι $\int_0^2 f(x)dx=0$ **(5 μον.)**

Δίνεται επιπλέον ότι $\int_0^2 f'(x)dx=2$ καθώς και ότι η συνάρτηση f^{-1} είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$.

(β) να υπολογίσετε το εμβαδόν $E(\Omega)$ του χωρίου που περικλείεται από την $C_{f^{-1}}$, τον άξονα $x'x$, και τις ευθείες $x=-1$ και $x=1$. **(7 μον.)**

ΟΔΗΓΙΕΣ (για σας εξεταζόμενους)

- 1.** Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
- 2.** Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμία άλλη σημείωση.**
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
- 3.** Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
- 4.** Να γράψετε σας απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
- 5.** Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
- 6.** Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
- 7.** Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
- 8.** Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**ΠΑΝΑΓΟΥ Γ.**