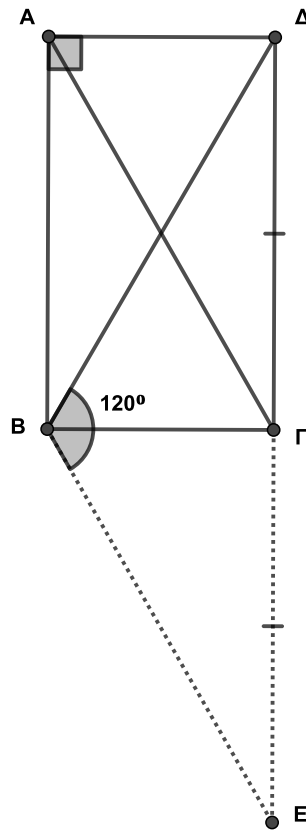


α) Στο ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  οι απέναντι πλευρές  $AB$  και  $\Gamma\Delta$  είναι ίσες δηλαδή  $AB = \Gamma\Delta$ , επιπλέον από υπόθεση έχουμε ότι  $\Gamma\Delta = \Gamma E$ , άρα  $AB = \Gamma E$ . Στο ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  έχουμε  $AB \parallel \Gamma\Delta$  άρα και  $AB \parallel \Gamma E$ . Το τετράπλευρο  $A\Gamma E B$  είναι παραλληλόγραμμο αφού έχει δύο απέναντι πλευρές του, τις  $AB$  και  $\Gamma E$  παράλληλες και ίσες.

β) Στο παραλληλόγραμμο  $A\Gamma E B$  έχουμε  $A\Gamma = BE$  ως απέναντι πλευρές επίσης στο ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  έχουμε  $A\Gamma = B\Delta$  ως διαγώνιοι του ορθογωνίου, άρα  $BE = B\Delta$  δηλαδή το τρίγωνο  $B\Delta E$  είναι ισοσκελές.



γ) Από το ερώτημα β) έχουμε ότι το τρίγωνο BDE είναι ισοσκελές με βάση τη DE, συνεπώς  $BD=BE$  και  $\widehat{BDE}=\widehat{BED}=30^\circ$  αφού  $\widehat{BDE}=120^\circ$ . Από το ερώτημα α) έχουμε ότι το AΓEB είναι παραλληλόγραμμο άρα  $AG \parallel BE$  συνεπώς  $\widehat{BEG}=\widehat{AGD}=30^\circ$  ως εντός εκτός και επι τα αυτά μέρη γωνίες των παραλλήλων BE και AG που τέμνονται από την EG. Στο ορθογώνιο τρίγωνο AΓΔ έχουμε  $\widehat{AGD}=30^\circ$  άρα η απέναντι κάθετη πλευρά AD ισούται με το μισό της υποτείνουσας AG, δηλαδή  $AD=\frac{AG}{2}$ . Στο ορθογώνιο ABΓΔ οι διαγώνιοι AG και BD είναι ίσες άρα  $AD=\frac{BD}{2}$  ή  $BD=2AD$ .