

α) Οι γωνίες $\Delta\hat{A}B$ και $A\hat{B}\Gamma$ είναι εντός και εναλλάξ των παραλλήλων $A\Delta$ και $B\Gamma$ με τέμνουσα την AB . Επομένως $\Delta\hat{A}B = A\hat{B}\Gamma$.

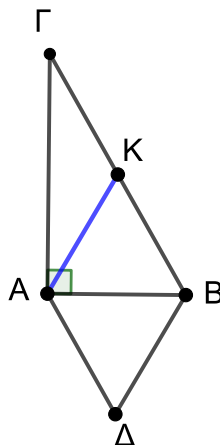
Όμως το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισόπλευρο, επομένως η καθεμία από τις γωνίες του είναι 60° . Δηλαδή $\Delta\hat{A}B = 60^\circ$. Επομένως από την ισότητα $\Delta\hat{A}B = A\hat{B}\Gamma$ προκύπτει ότι $A\hat{B}\Gamma = 60^\circ$.

Όμως οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι συμπληρωματικές, άρα στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A\hat{\Gamma}B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

β) Το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισόπλευρο, άρα έχει ίσες πλευρές. Επομένως το μήκος κάθε πλευράς του είναι $AB = A\Delta = B\Delta = 12:3 = 4$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία $\hat{\Gamma} = A\hat{\Gamma}B = 30^\circ$, επομένως η απέναντι πλευρά ισούται με το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή $AB = \frac{B\Gamma}{2}$ ή $B\Gamma = 2AB = 2 \cdot 4 = 8$.

γ) Αν το $A\Delta BK$ του παρακάτω σχήματος είναι παραλληλόγραμμο τότε έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες (ιδιότητα παραλληλογράμμου).



Άρα $BK = A\Delta$.

Λόγω του ισοπλεύρου $AB\Delta$ είναι $A\Delta = AB$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ άρα $AB = \frac{B\Gamma}{2}$.

Οπότε $BK = A\Delta = AB = \frac{B\Gamma}{2}$, δηλαδή το K είναι το μέσο της $B\Gamma$.

Πράγματι, αν το K είναι μέσο της $B\Gamma$, τότε ισχύει ότι $BK = \frac{B\Gamma}{2}$ και λόγω της $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB = \frac{B\Gamma}{2}$. Άρα $BK = AB$.

Όμως λόγω του ισοπλεύρου $AB\Delta$ είναι $A\Delta = AB$, άρα $A\Delta = BK$.

Επίσης $AK = \frac{B\Gamma}{2}$, λόγω του ότι η AK ως διάμεσος της υποτείνουσας του ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας $B\Gamma$.

Όμως, λόγω του ισοπλεύρου $AB\Delta$ είναι $B\Delta = AB$ και λόγω της $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB = \frac{B\Gamma}{2}$. Άρα $B\Delta = \frac{B\Gamma}{2}$, άρα $B\Delta = AK$.

Άρα, τελικά με K μέσο της $B\Gamma$ αποδεικνύεται ότι $A\Delta = BK$ και $B\Delta = AK$, δηλαδή το $A\Delta BK$ έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες και επομένως είναι παραλληλόγραμμο.

Επιπλέον, εφόσον $A\Delta = B\Delta$ το παραλληλόγραμμο $A\Delta BK$ έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες, επομένως είναι ρόμβος.