ΑΓ.ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ 11 -- ΠΕΙΡΑΙΑΣ -- 18532 -- ΤΗΛ. 210-4224752, 4223687

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΛ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. § 1.3

Α2. α. § 2.1

Α2. β. § 2.1

Α3. α. Λ

β. Σ

γ. Λ

δ. Λ

ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

$S^2 = 4 \Leftrightarrow S = \sqrt{4} = 2$

Β1. $CV = \frac{S}{|\bar{x}|} \Leftrightarrow |\bar{x}| = \frac{S}{CV} \Leftrightarrow |\bar{x}| = \frac{2}{0.2} \Leftrightarrow |\bar{x}| = 10 \Leftrightarrow \bar{x} = 10$ γιατί $\chi_\iota > 0$

Β2. $\frac{11+7+k+13+11+10}{6} = 10 \Leftrightarrow 52 + k = 60 \Leftrightarrow k = 8$

Β3. 7, 8, 10, 11, 11, 13

$$\delta = \frac{t_3 + t_4}{2} \Leftrightarrow \delta = \frac{10 + 11}{2} \Leftrightarrow \delta = 10{,}5$$

$R = maxt_i - mint_i = 13 - 7 = 5$

Β4. $y_i = t_i - 2$ άρα $\bar{y} = \bar{x} - 2 = 10 - 2 = 8$

$S_y = S = 2$

Άρα $CV = \frac{S}{|\bar{y}|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\% > 10\%$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΑΓ.ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ 11 -- ΠΕΙΡΑΙΑΣ -- 18532 -- ΤΗΛ. 210-4224752, 4223687

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.Ισχύει ότι:

$$f'(x) = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+10}} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}}$$

Γ2.Ισχύει ότι:

$$f'(x) \geq 0 \Rightarrow$$
$$x-1 \geq 0 \Rightarrow$$
$$x \geq 1$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα για x≥1 και γνησίως φθίνουσα για x≤1.

Στο x_0=1 παρουσιάζει ελάχιστο με:

$$f(1) = \sqrt{9} = 3$$
$$f(x) \geq f(1) \Rightarrow f(x) \geq 3$$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Γ3. Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο M(5,f(5)) είναι της μορφής:

$$y - f(5) = f'(5)(x-5) \Rightarrow$$
$$y = \frac{4}{5}x + 1$$

Γ4. Για να τέμνει τον xx':

$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$ Άρα $A(-\frac{5}{4}, 0)$

$x = 0 \Rightarrow y = 1$ Άρα $B(0,1)$

Θέμα Δ

Δ1. Για $\lambda = 3$ έχουμε $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$

$$f'(x) = 3\cdot\left(x^2 - 2x + 1\right) = 3\cdot(x-1)^2 \geq 0$$

Επομένως η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\Re$.

$$\frac{3}{8} < \frac{5}{6} \overset{f \text{ γν.αυξ.}}{\Leftrightarrow} f\left(\frac{3}{8}\right) < f\left(\frac{5}{6}\right)$$

Δ2. $$\lim_{x\to 1}\frac{3\cdot(x-1)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot x\cdot(x-1)} = \lim_{x\to 1}\frac{3\cdot(x-1)\cdot\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot\left(\sqrt{x}+1\right)\cdot x} = \lim_{x\to 1}\frac{3\cdot\left(\sqrt{x}+1\right)}{x} = 6$$

Δ3. Ο συντελεστής διεύθυνσης της f στο $(x, f(x))$ είναι $f'(x) = 3\cdot(x-1)^2$.

Έχουμε ότι $f''(x) = 6(x-1)$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

$$f(1)=1-3+3=1$$

Επομένως το σημείο στο οποίο η εφαπτομένη της f παρουσιάζει ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης είναι το $A(1,1)$.

Δ4. Έχουμε $f(x)=x^3-3x^2+\lambda x$ με $f'(x)=3x^2-6x+\lambda$. Για να μην παρουσιάζει ακρότατα πρέπει $\Delta\le 0 \Leftrightarrow 36-4\cdot 3\cdot\lambda\le 0 \Leftrightarrow 36\le 12\cdot\lambda \Leftrightarrow \lambda\ge 3$. Η μικρότερη τιμή του λ είναι $\lambda=3$.

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ

ΜΠΑΞΕΒΑΝΙΔΗΣ ΓΡΗΓΟΡΗΣ

ΧΑΡΙΣΗ ΣΤΕΛΛΑ

ΝΑΣΟΠΟΥΛΟΥ ΕΛΠΙΔΑ

ΚΑΜΜΑΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ