

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΗΝ
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Θέμα Α

A1. γ

A2. β

A3. β

A4. β

A5. α. Σ β. Σ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

Θέμα Β

B1.

Ο χρόνος πτώσης της μικρής ποσότητας νερού από ύψος h προκύπτει από την σχέση

$h = \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2$ άρα $\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Το βεληνεκές είναι η οριζόντια μετατόπιση της μικρής

ποσότητας νερού στον χρόνο αυτό. Δηλαδή $x = u_0 \cdot \Delta t \Rightarrow x = u_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$. (1)

Για τα ύψη γνωρίζουμε ότι $h_1 = 4h_2$ (2) και επίσης $x_2 = 2,5x_1$ (3). Οπότε συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει:

$$u_2 \cdot \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 2,5 \cdot u_1 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \Rightarrow u_2 \cdot \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 2,5 \cdot u_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot h_2}{g}} \Rightarrow u_2 = 5u_1$$

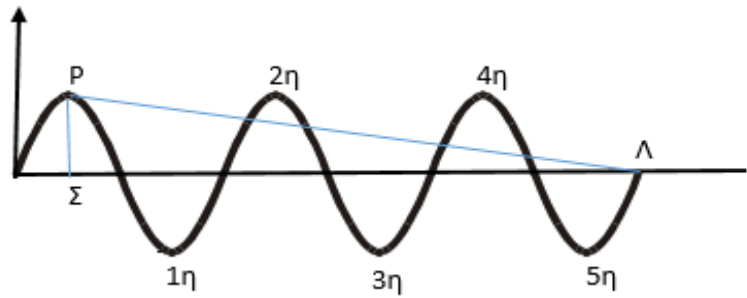
Κατόπιν εφαρμόζουμε τον νόμο συνέχειας για τις δύο διαφορετικές εκτοξεύσεις νερού.

$$A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Rightarrow A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot 5u_1 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 5$$

Σωστή πρόταση η β

B2.

Σχεδιάζουμε ένα στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος ώστε ανάμεσα στα σημεία P και Λ να σχηματίζονται 5 κοιλίες και το σημείο P να είναι σε μέγιστη απομάκρυνση ίση με $2A$. Από το στιγμιότυπο βλέπουμε ότι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των P και Λ συμβαίνει όταν το P διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του και είναι ίση με



$$(\Sigma\Lambda) = d_{\min} = 2\lambda + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{11\lambda}{4} = \frac{11 \cdot 4A}{4} = 11A$$

Τα σημεία P και Λ θα βρίσκονται στη μέγιστη απόστασή τους όταν το σημείο P φτάνει στη μέγιστη απομάκρυνση του $y_P = \pm 2A$, άρα από το ορθογώνιο τρίγωνο $P\Lambda\Sigma$ έχουμε:

$$(P\Lambda)^2 = (P\Sigma)^2 + (\Sigma\Lambda)^2 \Rightarrow (P\Lambda)^2 = (2A)^2 + (11A)^2 \Rightarrow (P\Lambda)^2 = 4A^2 + 121A^2 \Rightarrow$$

$$(P\Lambda)^2 = 125A^2 \Rightarrow (P\Lambda) = 5\sqrt{5}A$$

Σωστή πρόταση η β

B3.

Αρχικά εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το σώμα m_1 μέχρι να σταματήσει.

$$0 - \frac{1}{2}m_1u_0^2 = -T \cdot S \Rightarrow S = \frac{m_1u_0^2}{2T} \quad (1)$$

$$S = \frac{m_1u_0^2}{2\mu m_1 g} \Rightarrow S = \frac{u_0^2}{2\mu g} \quad (2)$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το σώμα m_1 μέχρι τη θέση $x_1 = S/2$.

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 - \frac{1}{2}m_1u_0^2 = -T \cdot \frac{S}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1u_1^2 - \frac{1}{2}m_1u_0^2 = -T \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1u_0^2}{2T} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 - \frac{1}{2}m_1u_0^2 = -\frac{1}{4}m_1u_0^2 \Rightarrow u_1^2 - u_0^2 = -\frac{1}{2}u_0^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_0\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

Αυτή είναι η ταχύτητα του σώματος ακριβώς πριν γίνει η πλαστική κρούση, για την οποία εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης της ορμής, εφόσον το σύστημα σωμάτων είναι μονωμένο έχουμε:

$$m_1 \cdot u_1 = (m_1 + m_2) \cdot V \xRightarrow{(3)} V = \frac{u_0 \sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

Τέλος εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα μετά την κρούση και μέχρι να σταματήσει:

$$0 - \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot V^2 = -T' \cdot S' \xRightarrow{(4)} 0 - \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \frac{u_0^2}{8} = -\mu \cdot 2 \cdot m \cdot g \cdot S' \xRightarrow{(2)} S' = \frac{S}{8} \quad (5)$$

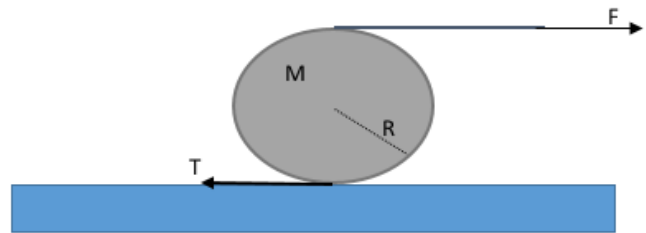
$$\text{Άρα η θέση } x_2 \text{ θα είναι } x_2 = x_1 + S' = (S/2) + (S/8) \Rightarrow x_2 = \frac{5 \cdot S}{8}$$

Σωστή πρόταση η β

Θέμα Γ

α. Θεωρούμε ότι η στατική τριβή που ασκείται έχει φορά όπως φαίνεται στο σχήμα. Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου θα ισχύει:

$$\Sigma F = M \cdot a_{cm} \Rightarrow F - T = M \cdot a_{cm} \quad (1)$$



Για τη στροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

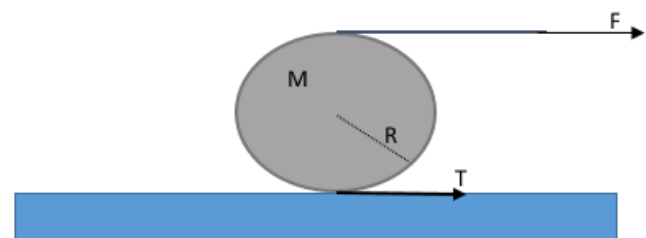
$$\Sigma \tau = I_{cm} \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow F \cdot R + T \cdot R = I_{cm} \cdot \alpha_{γων} \quad (2)$$

Εφόσον ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει $a_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R \quad (3)$

$$\text{Από τις εξισώσεις (1), (2), (3) προκύπτει } a_{cm} = \frac{4F}{3M} \quad (4)$$

Οπότε τελικά προκύπτει $a_{cm} = 10 \text{ m/s}^2$ και $T = -10 \text{ N}$

Άρα η στατική τριβή έχει φορά αντίθετη από αυτή που είχαμε σχεδιάσει αρχικά και η σωστή φορά της φαίνεται στο δίπλα σχήμα και μετά από επίλυση των άνω σχέσεων θα είναι ίση με $T = \frac{F}{3} \quad (5)$



β. Το ελεύθερο άκρο του νήματος θα έχει ταχύτητα $u=2u_{cm}$ άρα και επιτάχυνση $a=2a_{cm}=2\cdot 10=20\text{m/s}^2$.

$$\text{Άρα } x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} 20 \cdot 2^2 \text{ m} \Rightarrow x = 40\text{m}$$

γ. γ₁. Η κινητική ενέργεια λόγω στροφικής κίνησης του κυλίνδρου δίνεται από τη σχέση:

$$K_{\sigma\tau\rho} = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \Rightarrow K_{\sigma\tau\rho} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega^2 \Rightarrow K_{\sigma\tau\rho} = \frac{1}{4} MR^2 \cdot \omega^2$$

$$\text{Όμως } u_{cm} = \omega \cdot R \text{ άρα } K_{\sigma\tau\rho} = \frac{1}{4} M u_{cm}^2$$

Η κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης δίνεται από τη σχέση:

$$K_{\mu\epsilon\tau} = \frac{1}{2} M u_{cm}^2$$

Η ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου θα είναι:

$$K_{ολ} = K_{\mu\epsilon\tau} + K_{\sigma\tau\rho} \Rightarrow K_{ολ} = \frac{1}{2} M u_{cm}^2 + \frac{1}{4} M u_{cm}^2 \Rightarrow K_{ολ} = \frac{3}{4} M u_{cm}^2$$

$$\text{Άρα } \alpha = \frac{K_{\sigma\tau\rho}}{K_{ολ}} \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{1}{4} M \cdot u_{cm}^2}{\frac{3}{4} M \cdot u_{cm}^2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

γ₂. Ο ρυθμός μεταβολής της μεταφορικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου θα είναι:

$$\frac{\Delta K_{\mu\epsilon\tau}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot u_{cm} \Rightarrow \frac{\Delta K_{\mu\epsilon\tau}}{\Delta t} = (F+T) \cdot u_{cm} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta K_{\mu\epsilon\tau}}{\Delta t} = (30+10) \cdot 20 \text{ J/s} \Rightarrow \frac{\Delta K_{\mu\epsilon\tau}}{\Delta t} = 800 \text{ J/s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου θα είναι:

$$\frac{\Delta K_{\sigma\tau\rho}}{\Delta t} = \Sigma \tau \cdot \omega \Rightarrow \frac{\Delta K_{\sigma\tau\rho}}{\Delta t} = (F \cdot R - T \cdot R) \cdot \omega \xrightarrow{\omega = \frac{u_{cm}}{R}} \frac{\Delta K_{\sigma\tau\rho}}{\Delta t} = (F-T) \cdot R \cdot \frac{u_{cm}}{R}$$

$$\frac{\Delta K_{\sigma\tau\rho}}{\Delta t} = (30-10) \cdot 20 \text{ J/s} \Rightarrow \frac{\Delta K_{\sigma\tau\rho}}{\Delta t} = 400 \text{ J/s}$$

δ. Για να κυλίεται χωρίς ολίσθηση ο κύλινδρος αρκεί $T_{\sigma\tau} \leq \mu_s \cdot M \cdot g$

Από τη σχέση (5) προκύπτει: $\frac{F}{3} \leq \mu_s \cdot M \cdot g \Rightarrow F \leq 3 \cdot \mu_s \cdot M \cdot g$ άρα η μέγιστη τιμή της F θα είναι $F_{\max} = 3 \cdot \mu_s \cdot M \cdot g \Rightarrow F_{\max} = 3 \cdot 0,8 \cdot 4 \cdot 10 \text{ N} \Rightarrow$

$$F_{\max} = 96 \text{ N}$$

άρα από την σχέση (4) θα έχουμε: $a_{cm} = \frac{4F}{3M} \Rightarrow a_{cm} = \frac{4 \cdot 96}{3 \cdot 4} \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_{cm} = 32 \text{ m/s}^2$

Θέμα Δ

α. Η περίοδος ταλάντωσης του συστήματος θα είναι $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \Rightarrow$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1\text{kg} + 3\text{kg}}{400\text{N/m}}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s.}$$

Οπότε εφόσον $\omega = 2\pi / T$ η κυκλική συχνότητα ταλάντωσης θα είναι: $\omega = 10 \text{ rad/s}$

Η σταθερά επαναφοράς για το m_1 θα είναι ίση με $D_1 = m_1 \cdot \omega^2 = 100 \text{ N/m}$.

Η δύναμη επαναφοράς για το m_1 είναι η δύναμη της στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων άρα εφόσον $\Sigma F = -D_1 \cdot x \Rightarrow T = -100 \cdot x$

Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής είναι ίση με $T_{\max} = \mu_s \cdot m_1 \cdot g = 0,5 \cdot 1\text{kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T_{\max} = 5 \text{ N}$

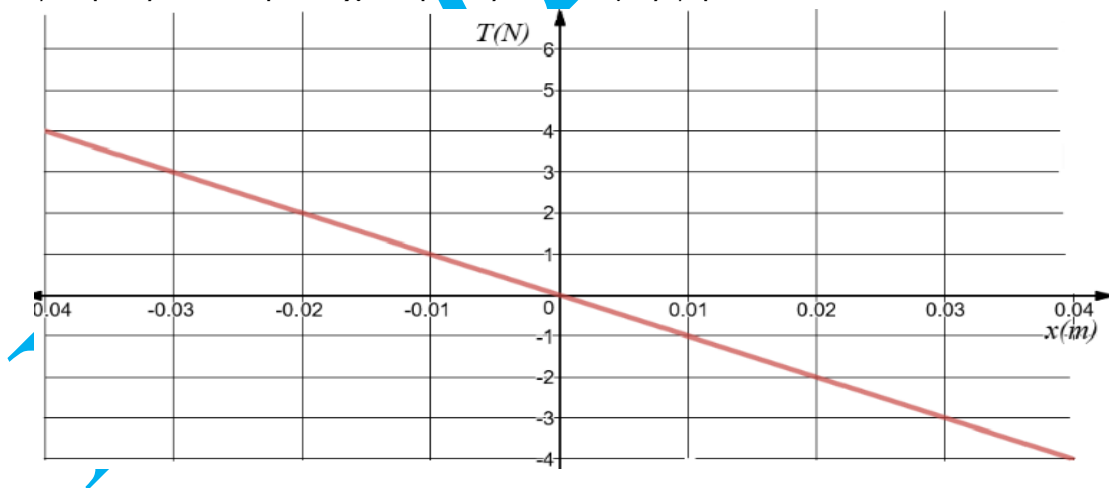
Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος θα είναι ίσο με την εκτροπή $d = 0,04 \text{ m}$ άρα $A = 0,04 \text{ m}$.

Έτσι λοιπόν η μέγιστη δύναμη της τριβής θα είναι $T = -100 \cdot (-A) = -100 \cdot (-0,04) = 4 \text{ N} \Rightarrow$

$T = 4 \text{ N} < 5 \text{ N}$ άρα το σώμα Σ_1 δεν ολισθαίνει ως προς το Σ_2 .

Οι τιμές για το x για τη συνάρτηση $T = -100 \cdot x$ είναι $-0,04 \text{ m} \leq x \leq +0,04 \text{ m}$

Η γραφική παράσταση θα έχει την παρακάτω μορφή.



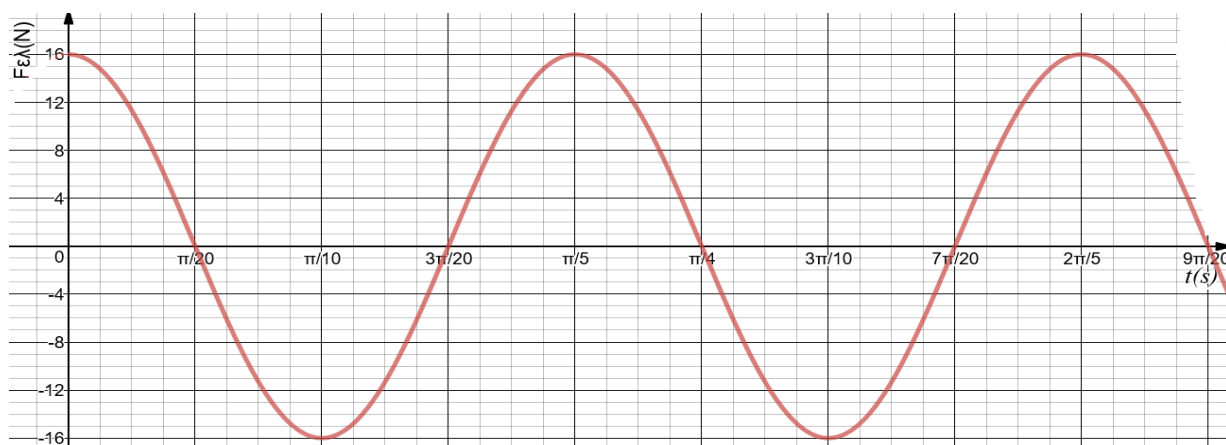
β. Η αρχική φάση θα είναι $\varphi_0 = 3\pi/2 \text{ rad}$ αφού την $t_0 = 0$ έχω $x = -0,04 \text{ m}$ και $u = 0$.

Η εξίσωση για την απομάκρυνση x θα είναι $x = 0,04 \cdot \eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})$.

Η δύναμη επαναφοράς δίνεται από τη σχέση $F_{\varepsilon\pi} = -D \cdot x \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -k \cdot x \Rightarrow$

$$F_{\varepsilon\pi} = -400 \cdot 0,04 \cdot \eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -16 \cdot \eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2}) \quad (F_{\varepsilon\pi} \text{ σε N και } t \text{ σε s})$$

Η γραφική παράσταση θα είναι:



γ. Από την εξίσωση της απομάκρυνσης $x = 0,04 \cdot \eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})$ για $x = +0,02\sqrt{2}m$ έχουμε:

$$+0,02\sqrt{2} = 0,04 \cdot \eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow \sqrt{2}/2 = \eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow \eta\mu(\pi/4) = \eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})$$

Οι λύσεις της τριγωνομετρικής αυτής εξίσωσης είναι:

$$10t + \frac{3\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$10t + \frac{3\pi}{2} = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

Για $\kappa=0$ οι λύσεις δεν είναι αποδεκτές διότι προκύπτουν χρονικές στιγμές μικρότερες από $0s$. Για $\kappa=1$ η (1) δίνει λύση $t_1 = 3\pi/40 s$ ενώ η (2) δίνει την αμέσως επόμενη λύση $t_2 = 5\pi/40 s$.

Έτσι λοιπόν το ζητούμενο χρονικό διάστημα είναι $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\pi}{20} s$.

δ. Η φάση του συστήματος δίνεται από τη σχέση $\varphi = \frac{2\pi \cdot t}{T} + \frac{3\pi}{2} \xrightarrow{\varphi = \frac{47\pi}{6} \text{ rad}}$

$$\frac{47\pi}{6} = \frac{2\pi \cdot t}{T} + \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{19T}{6} \Rightarrow t = 3T + \frac{T}{6}$$

Έτσι λοιπόν σε χρόνο $3T$ το σώμα θα βρίσκεται στην θέση $x = -0,04m$ και θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με $3 \cdot 4A = 3 \cdot 4 \cdot 0,04m = 0,48m$.

Μετά από $T/6$ θα έχει απομάκρυνση $x = 0,04 \cdot \eta\mu(\frac{2\pi \cdot (\frac{T}{6})}{T} + \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow$

$$x = 0,04 \cdot \eta\mu(\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow x = -0,02m.$$

Άρα συνολικά το σώμα Σ_2 θα έχει διανύσει $S_{ολ} = 0,48m + 0,02m = 0,5m$

Επιμέλεια θεμάτων:

Αποστόλου Αριστείδης
Ζαμπέλης Ιωάννης
Κοψιδάς Ιωάννης
Λυκούδης Ηλίας
Τσίτουρας Νικόλαος

ΝΕΑ ΠΑΙΔΕΙΑ