

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

(ΘΕΜΑ Α ΚΑΙ Β)

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σελίδα 99 σχολικού βιβλίου

A2. α) Ψευδής

β) Η $g(x)$ είναι 1-1 αλλά όχι γνησίως μονότονη,
σελίδα 35 σχολικού βιβλίου αντιπαράδειγμα

A3. Σελίδα 216 σχολικού βιβλίου

A4. α) Λάθος

β) Λάθος

γ) Σωστό

δ) Σωστό

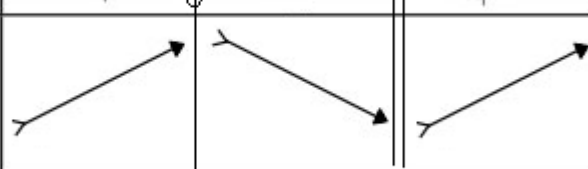
ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

$$f'(x) = 1 + \frac{8}{x^3} = \frac{x^3 + 8}{x^3}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	ϕ	-	+
$f(x)$				

T. μέγιστο

Για $x \in (-\infty, -2]$ η f είναι γνησίως αύξουσα

Για $x \in [-2, 0)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα

Για $x \in (0, +\infty)$ η f γνησίως αύξουσα

Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $x = -2$ το $f(-2) = -3$

B2.

$$f''(x) = \frac{-8 \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{-24}{x^4} < 0$$

Η f είναι κοίλη στο $\mathbb{R} - \{0\}$

Δεν έχει σημεία καμπής.

B3.

Εξετάζω για κατακόρυφη ασύμπτωτη στο $x=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x - \frac{4}{x^2}\right) = -\infty$$

Οπότε η Cf έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη στο $x=0$

Εξετάζω για πλάγιες στο $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \frac{4}{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{4}{x^2}\right) = 1$$

Άρα $\lambda=1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \lambda x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \frac{4}{x^2} - x\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{4}{x^2}\right) = 0 = \beta$$

Οπότε η $y=x$ πλάγια στο $+\infty$

Εξετάζω για πλάγιες στο $-\infty$




$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \frac{4}{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{4}{x^2}\right) = 1$$

Άρα $\lambda=1$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - \lambda x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - \frac{4}{x^2} - x\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{4}{x^2}\right) = 0 = \beta$$

Οπότε η $y=x$ πλάγια στο $-\infty$

B4.

x	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+
$f''(x)$	-	-	-
			

τ.μέγιστο

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

