ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΗΝ ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Θέμα Α

Α1. α

Α2. γ

Α3. δ

Α4. α

Α5. α. Λ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

Θέμα Β

Β1.

Από την εξίσωση της συνέχειας έχουμε:

$A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Rightarrow 4A_2 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Rightarrow u_2 = 4u_1$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής και έχουμε:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 \Leftrightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\,(u_2^2 - u_1^2) \Rightarrow$$

$$P_1 - \frac{P_1}{6} = \frac{1}{2}\rho\,(16\,u_1^2 - u_1^2) \Rightarrow \frac{5P_1}{6} = \frac{1}{2}\rho\,15\,u_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\rho u_1^2 = \frac{p_1}{18}$$

*Σωστή πρόταση η **α***

Β2.

Έστω l το μήκος της χορδής.

Για την συχνότητα f_1 θα ισχύει:

$$l = \frac{39\lambda_1}{4} = \frac{39u}{4f_1}$$

Για την συχνότητα f_2 θα ισχύει:

$$l = \frac{19\lambda_2}{4} = \frac{19u}{4f_2}$$

Προφανώς οι δύο σχέσεις είναι ίσες εφόσον το μήκος της χορδής είναι αμετάβλητο. Άρα:

$$\frac{19u}{4f_2} = \frac{39u}{4f_1} \Rightarrow \frac{19}{f_2} = \frac{39}{156} \Rightarrow f_2 = 76Hz$$

*Σωστή πρόταση η **β***

Β3.

Ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση διέρχεται 2 φορές από την θέση ισορροπίας του σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου (Τ) άρα η περίοδος της ταλάντωσης θα είναι Τ = (2π/10) s= (π/5) s.

Στην θέση ισορροπίας x=0 το σώμα έχει μέγιστη κινητική ενέργεια ταλάντωσης οπότε από την δοσμένη σχέση θα έχω: $K_{max} = E_T = -100 \cdot 0^2 + 400 \Rightarrow E_T = 400J$

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}$ *rad/s=10rad/s*

Στην ακραία θέση Α η κινητική ενέργεια ταλάντωσης είναι μηδενική έτσι η δοσμένη σχέση δίνει:

$$0 = -100A^2 + 400 \Rightarrow 100A^2 = 400 \Rightarrow A^2 = 4m^2 \Rightarrow A = 2m$$

Έτσι από την σχέση που μας δίνει την ενέργεια ταλάντωσης $E_T = \frac{1}{2}DA^2$ *θα έχω:*

$$400 = \frac{1}{2}D \cdot 2^2 \Rightarrow D = 200N/m$$

Τέλος από την σχέση $D=m\omega^2$ θα έχω: $200=m\cdot 10^2 \Rightarrow m=2kg$

*Σωστή πρόταση η **α***

Θέμα Γ

α. Το σύστημα σωμάτων είναι μονωμένο οπότε εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση

$m_2 \cdot u_2 + 0 = m_2 \cdot u_2' + m_1 \cdot u_1'$

$0{,}01kg \cdot 400m/s = 0{,}01kg \cdot 200m/s + 2kg \cdot u_1'$

$u_1' = 1m/s$

β. Η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι:

$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01kg \cdot (400m/s)^2 \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} = 800J$

Η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος θα είναι:

$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 = \frac{1}{2} \cdot 2kg \cdot (1m/s)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}01kg \cdot (200m/s)^2 \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = 201J$

$\Pi\% = \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \frac{201-800}{800} \cdot 100\% = -74{,}875\%$

γ. Η επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού μήκους του όταν κρεμάσουμε το σώμα m_1 θα υπολογιστεί από τη συνθήκη ισορροπίας του συστήματος και θα είναι:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 \cdot g = k \cdot l \Rightarrow 2kg \cdot 10m/s^2 = 200N/m \cdot l \Rightarrow l = 0{,}1m$

Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης ισούται με τη σταθερά του ελατηρίου οπότε έχουμε: $D = k = m_1 \cdot \omega^2 \Rightarrow 200N/m = 2kg \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = 10rad/s$

Η ταχύτητα u_1' θα είναι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος m_1 οπότε

$u_1' = u_{max} = \omega \cdot A \Rightarrow 1m/s = 10rad/s \cdot A \Rightarrow A = 0{,}1m$

Εφόσον $A = l = 0{,}1m$ καταλαβαίνουμε ότι η άνω ακραία θέση της ταλάντωσης ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Οπότε η ελάχιστη δυναμική *ενέργεια του ελατηρίου θα είναι* $U_{ελ}^{min} = 0$ *στην άνω ακραία θέση της ταλάντωσης και μέγιστη στην κάτω ακραία θέση όπου*

$$U_{ελ}^{max} = \frac{1}{2}k\,(l+A)^2 \Rightarrow U_{ελ}^{max} = \frac{1}{2}\cdot 200\frac{N}{m}(0{,}1m + 0{,}1m)^2 \;\Rightarrow\; U_{ελ}^{max} = 4J$$

δ. Εφόσον $K = \frac{25}{100}\,E_T$ *από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τη ταλάντωση θα έχω ότι*

$$U = \frac{75}{100}\,E_T \Rightarrow \frac{1}{2}k\cdot x^2 = \frac{3}{4}\,\frac{1}{2}k\cdot A^2 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4}A^2 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4}\cdot 0{,}1^2 m^2 \Rightarrow$$

$$x = \pm 0{,}05\cdot\sqrt{3}\,m$$

Επειδή μας ζητείται η δύναμη του ελατηρίου την $3^η$ *φορά που το σώμα έχει αυτή την απομάκρυνση και μας δίνεται θετική φορά προς τα πάνω, η απομάκρυνση θα είναι*

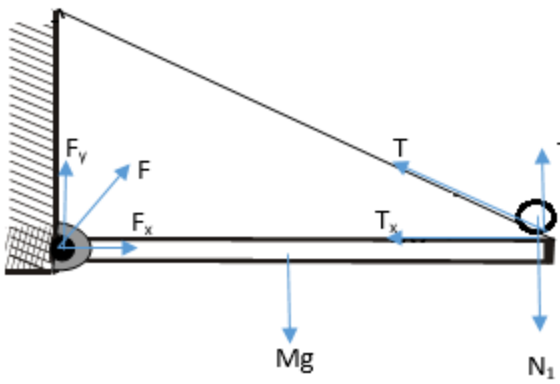
$$x = -0{,}05\cdot\sqrt{3}\,m$$

Στην θέση εκείνη η δύναμη του ελατηρίου θα είναι:

$F_{ελ} = k\cdot(l+x) \Rightarrow F_{ελ} = 200N/m\cdot(0{,}1+0{,}05\cdot\sqrt{3})m \Rightarrow F_{ελ} = 37{,}3N$

Θέμα Δ

α. Η ράβδος δέχεται στο άκρο της Β, από τη μάζα m_1*, κατακόρυφη δύναμη προς τα κάτω ίση με το βάρος της μάζας* m_1*.*



Οπότε:

$N_1 = m_1\cdot g = 5kg\cdot 10m/s^2 \Rightarrow\; N_1 = 50N$

Για την ισορροπία της ράβδου θα έχω:

$ΣF_x = 0 \Rightarrow F_x - T_x = 0$

$ΣF_y = 0 \Rightarrow F_y + T_y - Mg - N_1 = 0$

$Στ_{(A)} = 0 \Rightarrow T_y\cdot\ell - M\cdot g\cdot(\ell/2) - N_1\cdot\ell = 0$

Προκύπτει $T_y=100N$, $T_x=100\sqrt{3}\ N$ *και* $T=200N$

Ομοίως $F_y=50N$ *και* $F_x=100\sqrt{3}\ N$ *άρα* $F=\sqrt{F_x^2+F_y^2} \Rightarrow F=50\sqrt{13}\ N$

$\varepsilon\varphi\theta= F_y / F_x=50/100\sqrt{3} =\sqrt{3}/6$.

β. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της, που είναι το άκρο της Α, σύμφωνα με το θεώρημα Steiner θα είναι:

$I_A= M\ell^2/12 +M(\ell/2)^2 \Rightarrow I_A= M\ell^2/3 \Rightarrow I_A=10kg\ (2m)^2/3 \Rightarrow$

$I_A=(40/3)kg{\cdot}m^2$

Στην οριζόντια θέση που είναι η ράβδος ισχύει ο θεμελιώδης νόμος στροφικής κίνησης οπότε

$\Sigma\tau=I_A{\cdot}\alpha_\gamma \Rightarrow M{\cdot}g{\cdot}(\ell/2)= I_A{\cdot}\alpha_\gamma \Rightarrow 10kg{\cdot}10m/s^2{\cdot}(2/2)m=(40/3)kg{\cdot}m^2{\cdot}\alpha_\gamma \Rightarrow$

$\alpha_\gamma=7,5rad/s^2$

Η επιτρόχιος επιτάχυνση για το άκρο Β της ράβδου θα είναι $\alpha_B=\alpha_\gamma{\cdot}\ell=7,5rad/s^2{\cdot}2m \Rightarrow$

$\alpha_B=15m/s^2$

Όμως για τη μάζα m_1 *που εκτελεί ελεύθερη πτώση είναι* $\alpha_1=g=10m/s^2< \alpha_B$, *άρα τα δύο σώματα αποχωρίζονται.*

γ) Αρχικά πρέπει να υπολογίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν θα βρεθεί σε κατακόρυφη θέση. Εφαρμόζουμε Νόμο Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για τη ράβδο $M{\cdot}g{\cdot}(\ell/2)=\frac{1}{2}I_A\omega^2 \Rightarrow 10kg{\cdot}10m/s^2{\cdot}(2/2)m=\frac{1}{2}(40/3)kg{\cdot}m^2{\cdot}\omega^2 \Rightarrow$

$\omega=\sqrt{15}rad/s$

Τότε η γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ της ράβδου θα είναι $u_{cm}=\omega{\cdot}(\ell/2) \Rightarrow$

$u_{cm}=\sqrt{15}rad/s{\cdot}(2/2)m \Rightarrow$

$u_{cm}=\sqrt{15}m/s$

Η κεντρομόλος επιτάχυνση του κέντρου μάζας της ράβδου θα είναι $\alpha_\kappa=\frac{u_{cm}^2}{\ell/2} \Rightarrow$

$\alpha_\kappa=15m/s^2$

Για την επιτρόχια επιτάχυνση ισχύει $\alpha_\varepsilon=\alpha_\gamma\cdot(\ell/2)$, όμως στην κατακόρυφη θέση της ράβδου είναι $\alpha_\gamma=0$ άρα είναι και $\alpha_\varepsilon=0$. Άρα η συνολική επιτάχυνση του κέντρου μάζας της ράβδου όταν είναι κατακόρυφη είναι η α_κ.

Τότε ισχύει $\Sigma F=M\cdot \alpha_\kappa \Rightarrow F_A-Mg= M\cdot \alpha_\kappa \Rightarrow F_A=M(g+\alpha_\kappa) \Rightarrow F_A=10kg\cdot(10+15)m/s^2\Rightarrow$

$F_A=250N$

δ. Κατά τη σύγκρουση της ράβδου με τη μάζα m_2, η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών είναι μηδενική οπότε εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρηση Στροφορμής.

$I_A\cdot\omega=m_2\cdot u_2\cdot\ell\Rightarrow(40/3)kg\cdot m^2\cdot\sqrt{15}rad/s=2kg\cdot u_2\cdot 2m\Rightarrow$

$u_2=\frac{10\sqrt{15}}{3}m/s$

Για την ολίσθηση της m_2 στο οριζόντιο επίπεδο, όπου ασκείται τριβή ολίσθησης, εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας για να υπολογίσουμε την ταχύτητα u_2' με την οποία θα συγκρουστεί η m_2 με την m_3.

$\frac{1}{2}m_2u_2'^2-\frac{1}{2}m_2u_2^2=-\mu\cdot m_2\cdot g\cdot x\Rightarrow$

$\frac{1}{2}2kg\,u_2'^2-\frac{1}{2}2kg(\frac{10\sqrt{15}}{3})^2m^2/s^2=-0{,}5\cdot 2kg\cdot 10m/s^2\cdot\frac{127{,}5}{9}m\Rightarrow$

$u_2'=5m/s$

Κατόπιν εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση μεταξύ των m_2 και m_3. Η m_3 επειδή είναι στη μέγιστη απομάκρυνσή της θα έχει μηδενική ταχύτητα οπότε: $m_2\cdot u_2'=(m_2+m_3)\cdot V\Rightarrow 2kg\cdot 5m/s=(2+3)kg\cdot V\Rightarrow$

$V=2m/s$

Από τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που μας δίνεται, μπορούμε να υπολογίσουμε το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελούσε η m_3.

$U_{max}=kA^2/2\Rightarrow A=\sqrt{\frac{2U_{max}}{k}}\Rightarrow A=\sqrt{\frac{2\cdot 120J}{320N/m}}\Rightarrow$

$A=\frac{\sqrt{3}}{2}m$

Ακόμη θα έχω για τη νέα ταλάντωση

$k=(m_2+m_3)\omega'^2 \Rightarrow \omega'=\sqrt{\dfrac{k}{m_2+m_3}} \Rightarrow \omega'=\sqrt{\dfrac{320N/m}{2kg+3kg}} \Rightarrow$

$\omega'=8rad/s$

Τέλος εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ενέργειας για την Ταλάντωση στη θέση κρούσης για να υπολογίσουμε το νέο πλάτος ταλάντωσης.

$K+U=E_T \Rightarrow \frac{1}{2}(m_2+m_3)\cdot V^2+\frac{1}{2}k\cdot A^2=\frac{1}{2}k\cdot A'^2 \Rightarrow$

$(2+3)kg\cdot(2m/s)^2+320N/m\cdot(\frac{\sqrt{3}}{2}m)^2=320N/m\cdot A'^2 \Rightarrow$

$A'=\sqrt{\frac{13}{16}}=0{,}9m$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο μαζών κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του θα είναι:

$\frac{dK}{dt}=\frac{dW}{dt}=\frac{\Sigma F\cdot dx}{dt}=\Sigma F\cdot u=-D\cdot x\cdot u=-D\cdot A'\cdot \eta\mu(\omega t+\varphi_o)\cdot\omega'\cdot A'\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o) \Rightarrow$

$\frac{dK}{dt}=-D\cdot A'^2\cdot\omega'(1/2)\cdot\eta\mu[2(\omega't+\varphi_o)]$ *οπότε η μέγιστη τιμή του, θα είναι* ⏭

$(\frac{dK}{dt})_{max}=\frac{D\cdot A'^2\cdot\omega'}{2}=\frac{k\cdot A'^2\cdot\omega'}{2}=\frac{320\cdot 0{,}9^2\cdot 8}{2} \Rightarrow$

$(\frac{dK}{dt})_{max}=1036{,}8J/s$

Επιμέλεια θεμάτων:

Αποστόλου Αριστείδης

Ζαμπέλης Ιωάννης

Κοψιδάς Ιωάννης

Λυκούδης Ηλίας

Τσίτουρας Νικόλαος