

ΔΕΙΓΜΑ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΤΩΝ Α. ΣΠΥΡΙΔΑΚΗ – Γ. ΓΚΑΛΑΝΑΚΗ «1000 ΘΕΜΑΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥΣ ΤΟΥ ΑΣΕΠ», ΕΚΔΟΤΙΚΟΥ ΟΜΙΛΟΥ ΣΥΓΓΡΑΦΕΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΩΝ, ΠΟΥ ΜΟΛΙΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΗΣΕ (ΟΙ ΛΥΣΕΙΣ ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΒΙΒΛΙΟ).

1. Με τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6 σχηματίζουμε εξαψήφιους αριθμούς, χρησιμοποιώντας τον καθένα μια φορά. Αν τους γράψουμε κατ' αύξουσα τάξη μεγέθους, τότε ο $409^{ος}$ είναι:			
A. 543621	B. 431256	Γ. 543216	Δ. 456123

2. Προεκτείνουμε δύο πλευρές κανονικού δεκαεννιαγώνου, οι οποίες τεμνόμενες σχηματίζουν γωνία $\phi$ . Η μικρότερη δυνατή τιμή της γωνίας $\phi$ είναι:			
A. $\frac{360^\circ}{19}$	B. $\frac{180^\circ}{19}$	Γ. $\frac{360^\circ}{17}$	Δ. $\frac{180^\circ}{17}$

3. Έστω τραπέζιο ΑΒΓΔ, Ο το σημείο τομής των μη παράλληλων πλευρών ΑΔ, ΒΓ και Κ, Λ τα μέσα των διαγωνίων του. Αν $(ΟΚΛ) = 8$ , τότε $(ΑΒΓΔ) =$			
A. 20	B. 24	Γ. 32	Δ. 36

4. Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου με διαγωνίες $6\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $4\vec{\alpha} + 5\vec{\beta}$ , όπου $ \vec{\alpha}  =  \vec{\beta}  = 1$ , και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{4}$ είναι:			
A. $\frac{17}{2}$	B. $\frac{17\sqrt{2}}{4}$	Γ. $\frac{17\sqrt{2}}{2}$	Δ. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

5. Αν $ \vec{\alpha}  = 1$ και $(\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}) \perp (\lambda\vec{\alpha} - \vec{\beta})$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ , τότε το μέτρο του διανύσματος $2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ είναι ίσο με			
A. 5	B. 13	Γ. $\sqrt{13}$	Δ. $\sqrt{5}$

6. Αν $z_1, z_2, z_3, z_4$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης $z^4 = 4z - 6$ , $A_1, A_2, A_3, A_4$ οι εικόνες τους και P η εικόνα του αριθμού 1, τότε η τιμή της παράστασης $(PA_1)(PA_2)(PA_3)(PA_4)$ είναι			
A. 3	B. 6	Γ. 5	Δ. 4

7. Αν $A_{50 \times 50}$ πίνακας με 2451 στοιχεία ίσα με μηδέν και τα υπόλοιπα ίσα με ένα, τότε η ορίζουσα του A είναι ίση με			
A. 50!	B. 0	Γ. 2500	Δ. 1

8. Αν η εξίσωση $x^2 + \lambda x + 330 = 0$ έχει δύο ακέραιες ρίζες τότε το πλήθος των πιθανών πραγματικών τιμών του $\lambda$ είναι			
A. 16	B. 8	Γ. 10	Δ. 20

9. Η εξίσωση $x^2 + 2x - \lambda x  + 1 = 0$ έχει τέσσερις πραγματικές ρίζες όταν $\lambda \in$			
A. $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$	B. $(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$	Γ. $(4, +\infty)$	Δ. $(-2, +\infty)$

10. Επιλέγουμε τυχαία δύο αριθμούς $\alpha, \beta$ με $0 < \alpha, \beta < 1$ . Η πιθανότητα η εξίσωση $\alpha x^2 + 2\beta x + 1 = 0$ να έχει δύο άνισες ρίζες στο $\mathbb{R}$ είναι			
A. $\frac{3}{4}$	B. $\frac{1}{2}$	Γ. $\frac{1}{3}$	Δ. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης δύο μεταβλητών είναι ρίζα της εξίσωσης $3x^3 - 5x^2 + 8x + 1 = 0$ . Οι μεταβλητές αυτές έχουν			
A. Θετικά γραμμική συσχέτιση	B. Αρνητικά γραμ. συσχέτιση	Γ. Τέλεια θετική συσχέτιση	Δ. Τέλεια αρνητική συσχέτιση

12. Πέντε ίσοι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά μεταξύ τους και με έναν μικρότερο κύκλο (στο κέντρο του αρχικού σχήματος), ακτίνας 1. Η ακτίνα των ίσων κύκλων είναι			
A. $\frac{\eta\mu 36^\circ}{1 - \sigma\upsilon\nu 36^\circ}$	B. $\frac{\eta\mu 72^\circ}{1 - \eta\mu 36^\circ}$	Γ. $\frac{\eta\mu 54^\circ}{\eta\mu 36^\circ}$	Δ. $\frac{\eta\mu 36^\circ}{1 - \eta\mu 36^\circ}$

13. Είναι γνωστό ότι αν σε τρίγωνο ενώσουμε τα μέσα των πλευρών του, τότε το τρίγωνο χωρίζεται σε τέσσερα ισοδύναμα (ισεμβαδικά) τρίγωνα. Τι γίνεται όμως με το αντίστροφο; Αν δηλαδή υποθέσουμε ότι ενώνοντας τρία σημεία K, Λ, Μ των πλευρών ενός τριγώνου δημιουργούνται τέσσερα ισοδύναμα τρίγωνα, τότε			
A. Τα K, Λ, Μ είναι τα μέσα των πλευρών	B. Τουλάχιστον ένα από τα K, Λ, Μ είναι μέσο πλευράς	Γ. Είναι όλα μέσα των πλευρών, μόνο αν ξέρουμε ότι δύο απ' αυτά ήταν εξ' αρχής	Δ. Τα K, Λ, Μ δεν είναι απαραίτητο να είναι τα μέσα των πλευρών. Αρκεί να είναι κατάλληλα επιλεγμένα.

14. Το εμβαδόν του χωρίου που περιγράφεται από το σύστημα $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq \pi^2 \\ y \geq \eta\mu(\lambda x), \lambda \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ είναι			
A. $\frac{\lambda\pi}{2}$	B. $\frac{\lambda\pi^3}{2}$	Γ. $\frac{\pi^3}{2}$	Δ. $\frac{\lambda^2\pi^2}{2}$

15. Το ολοκλήρωμα $\int_0^3 \frac{dx}{x-2}$			
A. είναι ίσο με $\ln 2$	B. είναι ίσο με $-\ln 2$	Γ. αποκλίνει	Δ. κανένα από τα προηγούμενα

16. Η εξίσωση $\eta\mu x = e^x + e^{-x}$ , $x \in \mathbb{R}$			
A. έχει μοναδική ρίζα	B. έχει ακριβώς δύο ρίζες	Γ. έχει τουλάχιστον τρεις ρίζες	Δ. είναι αδύνατη

17. Έστω η γραμμική συνάρτηση $f$ για την οποία είναι $f(123) \leq f(456)$ και $f(234) \geq f(567)$ . Τότε			
A. $f(345) < f(678)$	B. $f(456) < f(789)$	Γ. $f(0) > f(1)$	Δ. $f(1) \leq  f(0) $

18. Για την παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ συνάρτηση $f$ ισχύει $f'(x) - f(x) = (x-1)^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $f(0) = 1$ . Τότε $f(1) =$			
A. 0	B. $e - 1$	Γ. $e - 2$	Δ. $2e - 2$

19. Αν $x \in \mathbb{C}$ με $x^2 + x + 1 = 0$ , τότε η τιμή της παράστασης $A = (x+1)^2 + (x^2+1)^2 + (x^3+1)^2 + \dots + (x^{2009}+1)^2$ είναι			
A. 2006	B. 2007	Γ. 2008	Δ. 2009

20. Η εξίσωση (ως προς $x$ ) $A^2 + (\eta\mu x + 1)A + \mathbb{I} = \mathbb{O}$ , όπου $A$ πίνακας $2009 \times 2009$ και $\mathbb{I}, \mathbb{O}$ ο μοναδιαίος και ο μηδενικός πίνακας $2009 \times 2009$ αντίστοιχα,			
A. είναι αδύνατη	B. είναι αόριστη	Γ. έχει λύση $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ , $k \in \mathbb{Z}$	Δ. δεν μπορεί ναλυθεί

21. Έστω ο τετραγωνικός πίνακας $A$ με $ A  = \begin{vmatrix}  A  & 2 A  & 3 \\ 1 &  A  & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ .			
Αν $ 3A  +  4A  +  5A  =  6A $ , τότε ο $A$ είναι διαστάσεων			
A. $3 \times 3$	B. $4 \times 4$	Γ. $5 \times 5$	Δ. $6 \times 6$

22. Θεωρούμε ομογενές $3 \times 3$ γραμμικό σύστημα με αγνώστους $x, y, z$ και ορίζουσα $D$ . Αν $D^{2009} + 2009D = \text{συν}D$ , τότε			
A. $x + y < z$	B. $x + 2y > z$	Γ. $x + z < y + 1$	Δ. $x - y > z + 1$

23. Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + kx + \lambda = 0$ είναι οι $\eta\mu 15^\circ$ , $\text{συν} 15^\circ$ , ποια είναι η τιμή της παράστασης $k^4 + \lambda^3$ ;			
A. $\frac{72}{37}$	B. $\frac{145}{64}$	Γ. $\frac{132}{49}$	Δ. $\frac{58}{13}$

24. Αν $x_1, x_2$ οι ρίζες του τριωνύμου $ax^2 + bx + \alpha$ , τότε για την παράσταση $A = ((x_1^2 + 2008)(x_2^2 + 2008))$ είναι			
A. $A \geq 2007^2 - 1$	B. $A < 2008^2$	Γ. $A < 0$	Δ. $A > \alpha$

25. Το άθροισμα των συντελεστών του αναπτύγματος της παράστασης $A = (3\alpha + 2\beta + \gamma - 6\delta)^{10}$ είναι			
A. 1024	B. 72428	Γ. 527820	Δ. 0

26. Μια λύση της εξίσωσης $8x^3 - 6x - 1 = 0$ είναι η			
A. $x = \text{συν}\frac{\pi}{8}$	B. $x = \text{συν}\frac{\pi}{9}$	Γ. $x = \eta\mu\frac{\pi}{8}$	Δ. $x = \eta\mu\frac{\pi}{16}$

27. Ποιο από τα παρακάτω πολυώνυμα έχει ρίζα τον αριθμό $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}$ ;			
A. $x^4 + 5x^2 - 8x - 2$	B. $x^4 - 45x^3 - 12x^2 + 2$	Γ. $x^4 - 22x^2 - 48x - 23$	Δ. $x^4 - 27x^3 - 32x^2 + 3x - 16$

28. Η τιμή της παράστασης $A = (x + 1)(x - 2)(x + 3)(x - 4)\dots(x - 2008^{2009})$ , για $x = 2008 \cdot 2009$ , είναι ίση με			
A. $2008^{2007}$	B. $2009^{2008}$	Γ. $-2007 \cdot 2008^{2007}$	Δ. 0

29. Θεωρούμε την παράσταση $A = \log_{\pi-3}(e^x - x + 1)$ . Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι			
A. $A < 0$	B. $A < -1$	Γ. $A > 1$	Δ. $A \geq 2$

30. Με δύο κάθετες ευθείες χωρίζουμε ένα ορθογώνιο σε τέσσερα άλλα, μικρότερα ορθογώνια, με εμβαδά $4^x, 5^x, 6^x, 7^x$ . Η τιμή του πραγματικού $x$			
A. δεν μπορεί να προσδιοριστεί	B. είναι θετικός αριθμός	Γ. είναι μηδέν	Δ. είναι μεγαλύτερη του 1

31. Θεωρούμε την πραγματική συνάρτηση $f$ , για την οποία ισχύει $f(\pi + x) = f(e - x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ . Αν γνωρίζουμε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει 8 ρίζες, τότε το άθροισμα των ριζών αυτών είναι			
A. $\pi + e$	B. $2\pi + 2e$	Γ. $4\pi + 4e$	Δ. $8\pi + 8e$

32. Το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $\ln(x+1) + \ln(x^2+1) = \ln\frac{2}{x+2} + \ln\frac{2}{x^2+2}$ είναι			
A. $2e^3$	B. $4e^{-2}$	Γ. $e$	Δ. 0

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ							
1. B	2. B	3. Γ	4. Γ	5. Γ	6. A	7. B	8. A
9. Γ	10. Γ	11. B	12. Δ	13. A	14. Γ	15. Γ	16. Δ
17. Δ	18. Δ	19. A	20. Γ	21. A	22. Γ	23. B	24. A
25. Δ	26. B	27. Γ	28. Δ	29. A	30. Γ	31. Γ	32. Δ